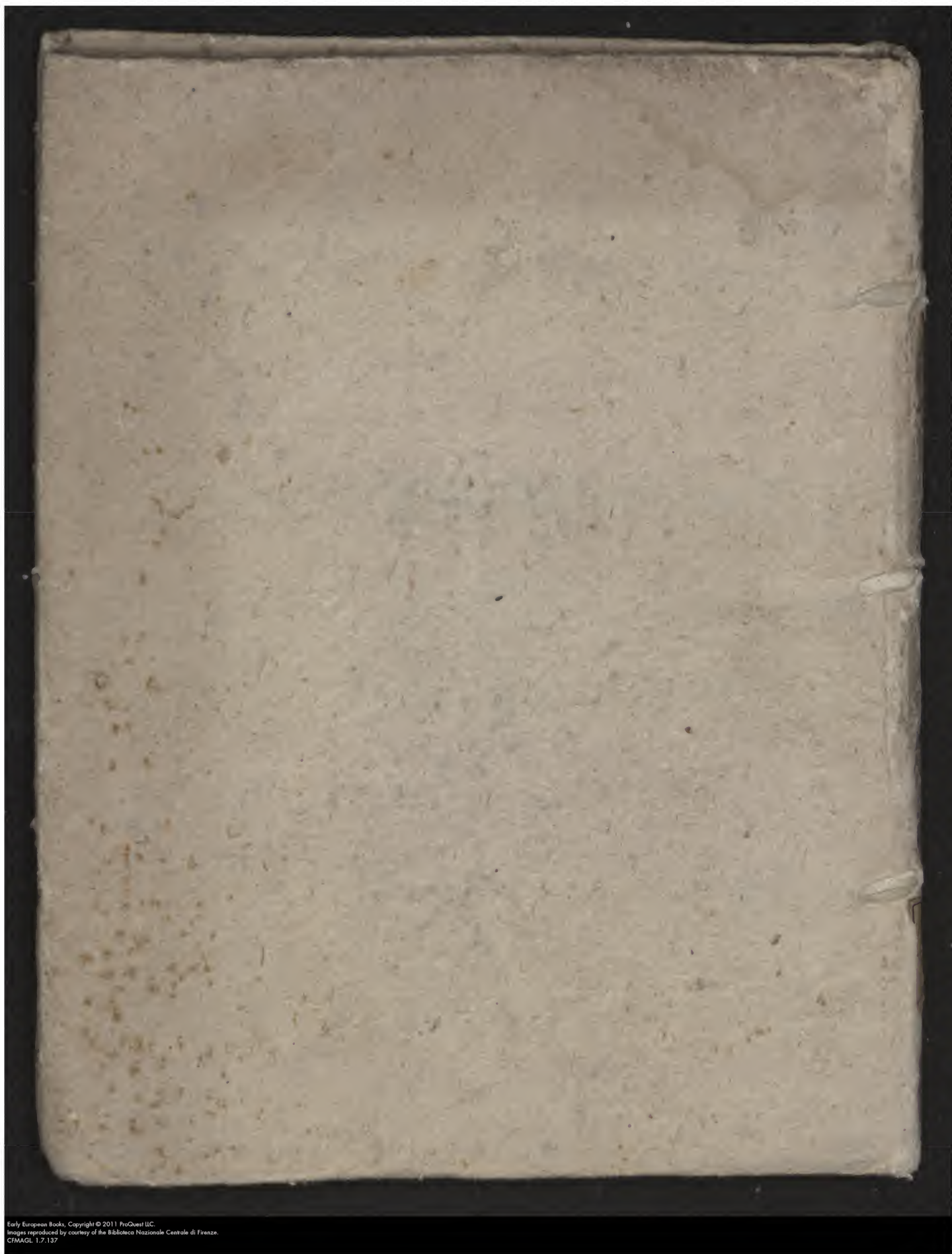




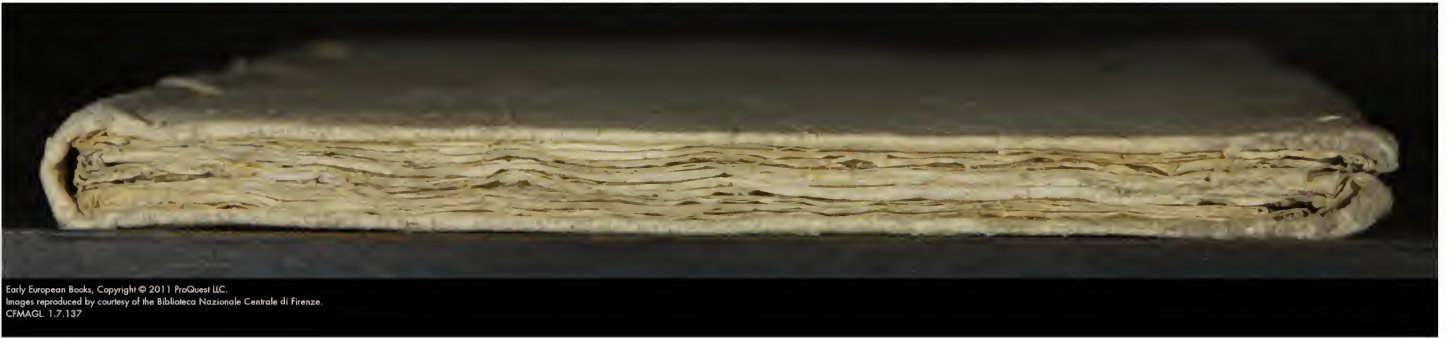
Early European Books. Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.  
CIVICALE 1.7.137



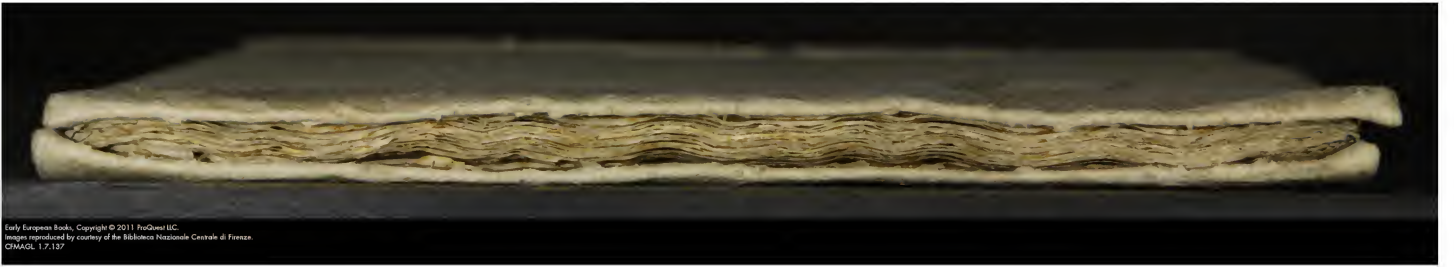


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.  
CFMAGL 1.7.137





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.  
CFMAGL 1.7.137



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.  
CINAGL 1.7.137

H.7

1. 7. 137

LINEIS TECTIS

XI

CEV.

STATU KONSTANTIN

FERDINANDVM

CAROLVM

Imperatoris, Romanorum

Regis, Hungarorum, Bohemorum

et Archiducis Austriae

IOHANNES CEVA

de ...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

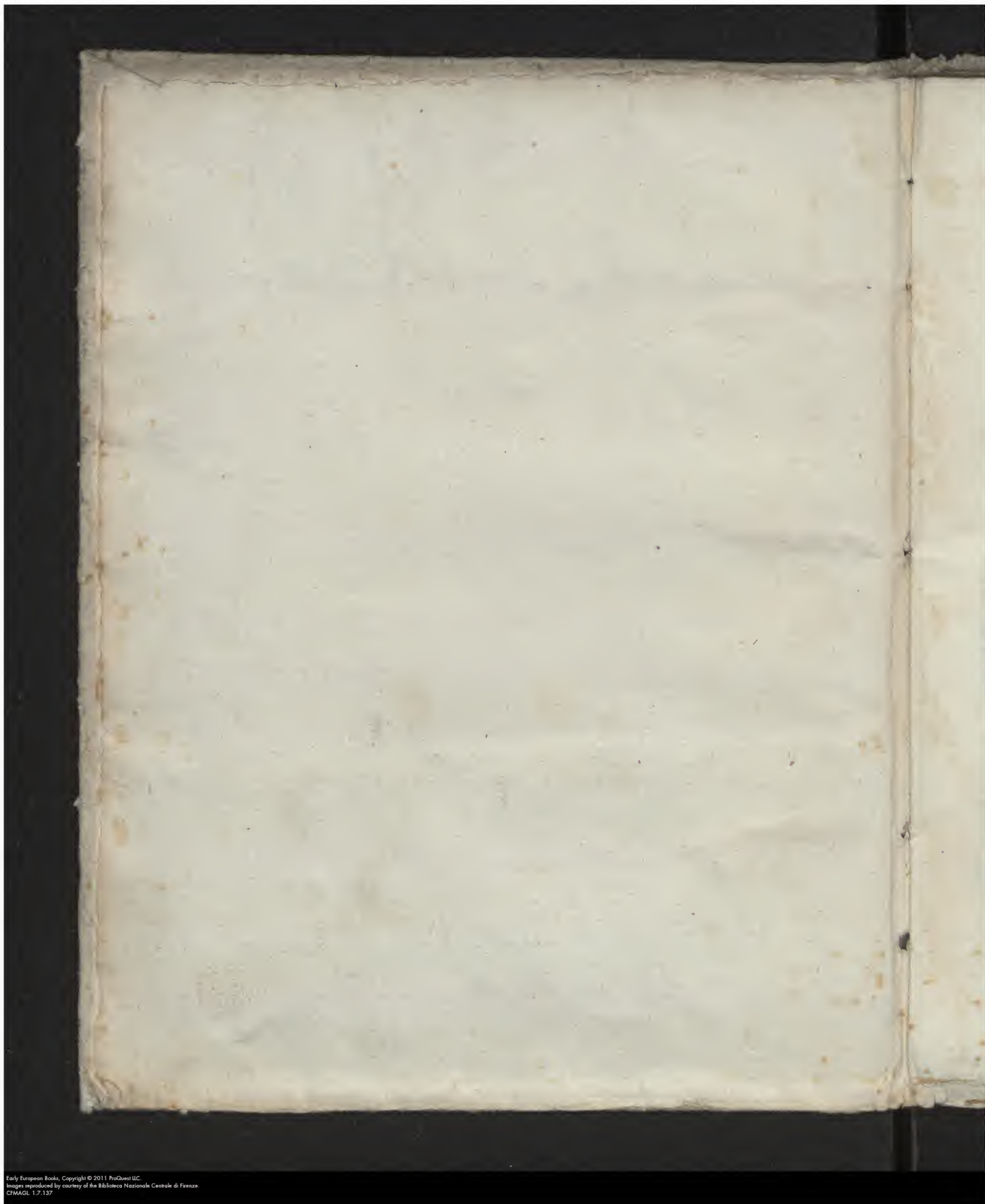
...

...

...

...





DE  
LINEIS RECTIS  
SE INVICEM SECANTIBVS  
STATICA CONSTRUCTIO:

AD SERENISSIMVM  
FERDINANDVM  
CAROLVM  
Ducem Mantuæ, Montisferrati,  
Guaftallæ, &c.

AUCTORE  
IOANNE CEVA  
Mediolanenfi.



MEDIOLANI

---

Ex Typographia Ludouici Montis. MDCLXXVIII.  
SUPERIORVM PERMISSV.



LINEIS RECTIS

SE INVICEM SECANTIBVS  
STATICA CONSTRUCTIO.

AD AEROMETERIAM  
FERDINANDVM  
CAROLVM

Ducum Marchionum Montisferri  
Gustavus, ac

IOHANNES CEVA



MDCCCLXXI

Typographia Imperialis  
in Officina Regia



SERENISSIMO MANTVÆ DVCI

FERDINANDO  
CAROLO.



Imerem, Serenissime Dux,  
præfigere tam splendida  
nomina exiguo huic libel-  
lo, nisi publici iuris esset,  
præsidio Principum se, at-  
que sua tueri. Scilicet Serenissimos hos  
Soles lucere omnibus voluit luminum  
Pater, & Moderator Deus, vt latè pro-  
ijcerent beneficium iubar super vulgus

✠ 2

mor-



mortalium. Quod si vnicuique fas est  
bona, fortunaſq; ſuas credere tam gran-  
di patrocínio; quantò æquius hoc idem  
ſibi depoſcunt inermes literæ, præſertim  
Geometria, cui ſi deſit Mæcenatum  
vmbra, deest vigor omnis & vita. Nam  
amœnior literatura, cæteræque ſcientiæ  
ferme omnes habent theatra, porticus,  
& propugnatores ſuos; pauci verò Geo-  
metriæ latus ſtipant, pauci ſcientiarum  
omnium Reginæ excubias agunt. Ni-  
hil illi ſplendida proſunt natalia, nihil  
dignitas, nihil collata mortalibus bene-  
ficia. Illam igitur tibi ſupplicem ſiſto  
verende Princeps, vt ex hoc Sereniſſimo  
faſtigio Celſitudinis Tuæ patrocínio  
ſibi vindicet & tutelam. Te interim,  
Heros fortiſſime, ſeruent Superi nobis,  
& bonis artibus incolumem diù. Hanc  
enim

enim præcellam indolem tuam, & magnæ mentis perspicaciam, hoc robur animi, clementiam, & decus augustæ frontis nemo est, qui non suspiciat, atq; in his non censeat collocatam spem maximam publicæ felicitatis. Vale.

Serenissimæ Celsitudinis Tuæ

Humillimus Seruus

Ioannes Ceua.





## PROÆMIUM



Consideranti mihi sæpius in hac vicissitudine rerum, ac fortunarum, quam opportunum foret calamitatum leuamen philosophari, quamque ij felices demum, fortunatique habendi essent, quos ab otio scientiarum nulla auocant, atque sciungunt cura; subiit animum, erigere (quantum fas esset) literis, ingenioque territam infortunij adolescentiam meam. Itaque geometriam ingressus, quæ & rerum varietate, & genere ipso ceteris anteire visa est, cum Apollonij, Archimedis, Pappi, aliorumque inuenta egregia, atque miranda percellerent animum, raperentque (ut est præceptum sine consilio iuuentus) libuit dare vela ventis, si fortè noua littora, & nemini hætenus cognitæ regiones casus aliquis aperiret. Quadraturam circuli, & adhuc indomitam hyperbolam

bolam rimari capi ; videlicet spem fecerant haud  
exiguam frustum cylindricum , solidumque hyper-  
bolicum totum penè à me in pyramidem coactum .  
Ter mihi conciliata recti , et curui dissidia insom-  
nes noctes persuasere ; ter normam fugit figura  
contumax , et tenax sui . Tamen , ut frustratis se-  
mel , iterumque laboribus lux aliqua , spesque noua  
subinde oriebatur , tandiu relabenti saxo Sisyphus  
peruicax inhasi , donec adhibita nouissimè irritò  
successu indiuisibilia Cauallerij omnem animi perti-  
naciam domuere . Ergo auocato hinc animo ( neque  
enim sine altiori consilio positum hoc frantum humanis  
mentibus crediderim ) geometricis , ac mechanicis  
rationibus iunctis inuicem , permixtisque , nouum  
quidpiam in lucem proferre concessit Deus , solatium  
aliquod delusi in rebus magnis ingenij . Namque  
consuetis geometria apparatus relictis , substitu-  
tisque linearum vice ponderibus , dum rationes quas-  
dam examino successit cogitatio , pluraque sepulta  
hactenus , atque ignota prodire in lucem . Rei no-  
uitas , atque utilitas persuasit hoc qualecunque in-  
uentum publici iuris facere , ratus aliorum ingenio,  
ac perspicacia ( ut saepe fit ) rude , impolitumque ini-  
tium perfectum iri .

Insti-



Institutum nostrum est problemata quamplura,  
quorum ardua, & saepe etiam inextricabilis foret  
solutio iuxta consuetas leges, nulla adhibita circu-  
lorum, linearumque praeuia constructione, ut mos est  
apud geometras, solis ponderibus staticè enodare;  
quod prestabimus, quoties proponantur lineae se inui-  
cem secantes, quarum sectiones ita sint determinatae, ut  
qualibet variata, ceteras omnes variari neceße sit.  
Hinc staticam constructionem libuit appellare, quae  
utinam eius emolumentum sit, compendique quod mihi  
persuadeo, & quod unum oro, cupioq;. Neque enim  
adhuc scribenda cupiditas ulla fama impulit, quam  
intant rerum, auctorumque celebritate insani esset  
querere, leuiorisque animi desiderare. Plura inue-  
nies minus castigata, et quibus desit suprema ma-  
nus; da veniam succisuiis horis, quas mihi ad haec  
elaboranda vix reliquere, partim cura seueriores,  
partim etiam amicorum, et familiarium querimo-  
nia malè in his collocatum iuventutis florem existi-  
mantium. Si quid porrò haud omnino contemnen-  
dum fuerit, Donato Rossetto inter Mathematicos  
nostri aui egregio, praestantissimoque, cuius primis  
institutionibus, si quid in me est bonarum artium,  
debeo, tu quoque humanissime lector debes. Vale.

STA:

# STATICÆ CONSTRUCTIONIS LIBER PRIMVS.

## AXIOMATA.

I.

*Gravia ex communi centro gravitatis suspensa, ita ponderant, ac si tota eorum gravitas esset in prædicto centro gravitatis.*

II.

*Pondera in eadem positione unicū habent centrū gravitatis.*

## PETITIO.

*Proposito quolibet pondere aliud reperiri posse ad quod habeat datum pondus quamlibet imperatam rationem.*

## LEMMA I.

*Pluribus datis ponderibus in qualibet positione, si ex centro gravitatis unius, vel plurium eorum ducatur libra, quæ transe at per centrum gravitatis omnium, ea producta transibit per centrum gravitatis reliqui ponderis.*



**S**INT pondera ABCD, quorum omnium gravitatis centrum sit E, illud autem ponderum AD sit F, ducaturque FE; dico quod si producat ad partes reliquorum ponderum BC, in ipsorum centrum cadet; si enim hoc non est, sit G centrum gravitatis ponderum BC, itaut iuncta FG sit extra lineam FE. Quoniam igitur FG iungit centra gravitatis ponderum BC, AD, si fiat ut BC ad AD, ita longitudo FM ad MG, erit in eadem libra FG centrum gravitatis eorumdem quatuor ponderum BCDA in priori illa positione manentium, quod cum unicū sit, non erit E, ut ponebatur.

tab. I.  
fig. 1.

## COROLLARIUM.

**H**inc manifestum est, quod si duo gravia BC iungantur libra aliqua BC, eorum centrum gravitatis erit in communi  
A sec.



tab. I.  
fig. 2.

LEMMA II.

Sint duo pondera  $AB$ , quorum centrum gravitatis sit  $F$  in  
libra  $AB$ , dico pondus  $A$  ad  $B$  esse, ut  $BF$  ad  $FA$ .

tab. I.  
fig. 3.  
6. arch.  
equipond.

PROP. I. PROB. I. ELEMENTVM I.

*Sint duæ rectæ E A, C A, convenientes in A, quibus occurrant  
duæ alia C D, E B, in D B punctis, quæ se invicem secant in F.  
Propositum nobis sit ex punctis E C A gravia I H G in ea ratione  
suspendere, ut pondus G ad H eandem habeat rationem, quam  
C B ad A; idem verò G ad I, eam quam E D ad D A; pondus  
verò I ad duo H G illam, quam habet B F ad F E, & grave H  
ad duo gravia I G sit, ut D F ad F C.*

tab. I.  
fig. 4.  
Postulatum.

**Axioma I.**

ex primo  
lem.

LIBER PRIMVS.

3

libra EB ostensum fuerit, in sectione F necessario existet. Ergo  
vt pondus I ad duo simul GH, ita BF ad FE; Similiter vt pondus  
H ad alia duo simul GI, ita erit DF ad FC, quod erat faciendum. ex 2. lem.

COROLLARIUM.

Deducitur punctum F esse centrum grauitatis omnium gra-  
uium IGH in illa positione.

SCHOLIUM.

Hanc propositionem, & quatuor, quae deinceps sequuntur ele-  
menta voco, vt potè prima fundamenta, quibus pleraq; nituntur.

Figuram hanc A E F C, iterum post tradita elementa, & non  
raro exponemus; sed ad vitandam multiplicitem literarum,  
pondera GIH literis A E C significabimus; aggregatum verò  
ex ponderibus GH, & alterum ex GI connotabimus litera B, &  
litera D, quippe quae notant centrum grauitatis, in quo ponderant  
grauia suspensa ex A, & C, & ex A, & E; omnia verò pondera  
exprimemus litera F, quia ibi, vt potè in centro grauitatis pon-  
derant, vt dictum est.

PROP. II. PROB. II. ELEM. II.

Sit triangulum EAC, & ab angulis ipsius ducantur ad idem  
punctum F intra triangulum lineae EF, AF, CF, quae ex F pro-  
ductae occurrant lateribus in punctis deinceps BKD; Institutum  
est, ex praedictis angulis EAC suspendere grauia IGH; ita vt  
pondus G ad I sit vt ED ad DA; idem G ad H, vt CB ad BA;  
H ad I, vt EK ad KC; pondus I ad duo GH, vt BF ad FE; pon-  
dus verò H ad duo IG, vt DF ad FC, & demum, vt unicum G  
ad duo IH, ita KF ad FA.

Fiat vt CB ad BA, ita pondus G ad H, & vt ED ad DA, ita  
idem pondus G ad I. tab. 1.  
fig. 5.

Quoniam igitur figura EDBACF est illa primi elementi, estq;  
CB ad BA, vt G ad H, recta verò ED ad DA, vt G ad I; etiam  
DF ad FC, erit vt pondus H ad duo pondera IG; itemque BF ad  
FE, vt pondus I ad duo GH.

Insuper quia F est centrum grauitatis, in quo est pondus grauii  
IGH, producta AF transibit per K centrum reliqui ponderis IH, corol. p. 1.  
lem. 1.

A 2

ergo



lem. 2.

ergo vt pondus I ad H, ita CK ad KE.

ax. 2.

lem. 2.

Rursus, quia AK est quædam libra, in cuius extremis AK sunt pondera G, & IH, erit in eadem libra AK centrum grauitatis prædictorum ponderum IGH, quod cum sit vnicum, sitque in vtraque libra DC, EB vt superius ostendimus erit necessariò in F; ergo erit vt KF ad FA, ita pondus G ad duo simul IH, quod erat faciendum.

## SCHOLIUM.

Cum hæc eadem reponetur figura, aggregatum ponderum IH, significabimus litera K, est enim in K centrum grauitatis, & propterea pondus grauium IH.

## PROP. III. PROB. III. ELEM. III.

In triangulo EAC se inuicem secent due lineæ in G, quarum EB ducta ex vertice E secet basim in B, altera FD occurrat lateribus AE, CE, in F, & D. Propositum nobis sit ex angulis eiusdem trianguli grauias suspendere; I in puncto C; duo LK in E, atque vnicum H in A, adeont K ad I sit vt recta CD ad DE; I ad H, vt AB ad BC; H ad L, vt EF ad FA; LK ad HI, vt BG ad GE, & duo HL ad duo KI, vt DG ad GF.

rab. i.  
fig. 6.

**S**it L quodlibet pondus, & reperiatur aliud H ad quod primum pondus L eam rationem habeat, quam AF ad FE. Ponatur deinde I, ad quod pondus H habeat illam rationem, in qua est CB ad BA; item inueniatur pondus K, ad quod pondus I habeat rationem, quam ED ad DC; dico problema esse absolutum.

Quoniam enim FD est quædam libra, in cuius extremo F est centrum, & ideo pondus grauium HL; in alio verò extremo D, est pondus grauium KI (cum eorum grauitatis centrum sit in puncto D) erit in eadem libra FD centrum grauitatis prædictorum ponderum HLKI. Similiter quoniam EB est libra in cuius extremo E sunt grauias LK, in alio verò extremo B est pondus grauium HI, erit in eadem libra EB centrum grauitatis eorundem ponderum LKHI in eadem priori positione existentium: cum igitur tam in libra FD, quam BE sit centrum grauitatis ponderum LKHI, cumque illud vnicum sit, erit in communi sectione G; & propterea LK ad HI erunt, vt recta BG ad GE, & vt KI ad LH, ita FG ad GD, quod erat &c.

SCHO-

## SCHOLIUM.

Aggregatum ponderum  $LK$  significabimus litera  $E$ ; pondus  $H$  litera  $A$ , & pondus  $I$  litera  $C$  connotabit; duo pondera  $KI$  exprimet  $D$ , duo  $LH$  litera  $F$ , & duo  $HI$  litera  $B$  indicabit; pondus verò  $L$  more analytico, seu algebrico ita scribemus  $F - A$ , hoc est  $F$  minus  $A$ , eademque ratione pondus  $K$  ita scribemus  $D - C$ ; omnia verò pondera  $LHIK$  litera  $G$  significabit.

## PROP. IV. PROB. IV. ELEM. IV.

Inter duas quasdam lineas  $AC$ ,  $EF$  secant se inuicem in  $D$  tres lineæ  $EC$ ,  $AF$ ,  $BG$ ; oportet suspendere ex punctis  $ACEF$  gravia  $IHLK$ , ita ut pondus  $L$  ad  $K$  sit ut recta  $EG$  ad  $GF$ ;  $K$  ad  $H$ , ut  $CD$  ad  $DE$ ;  $H$  ad  $I$ , ut  $AB$  ad  $BC$ ;  $I$  ad  $L$ , ut  $FD$  ad  $DA$ ; & denique duo  $IH$  ad duo  $KL$  se habeant ut  $GD$  ad  $DB$ .

**P**ondus quoddam  $I$  ad  $L$  habeat eam rationem, quam  $FD$  ad  $DA$ ;  $L$  ad  $K$  eam, quam  $EG$  ad  $GF$ ; &  $K$  ad  $H$  illam, quam  $CD$  ad  $DE$ . Dico iam problemati nos satisfecisse. tab. 1.  
fig. 7.

Quoniam  $G$  est centrum gravitatis gravium  $KL$ , idemque  $D$  est centrum gravitatis, tum gravium  $IL$ , cum ipsorum  $KH$ , erit propterea punctum  $D$  centrum quatuor gravium  $KLHI$ ; ducitur verò libra  $GB$  ex  $G$  per  $D$ , ergo punctum  $B$ , in quo secat libram  $AC$  erit centrum gravitatis reliquorum ponderum  $IH$ ; quare ut est pondus  $H$  ad pondus  $I$ , ita  $AB$  ad  $BC$ . Rursus quoniam  $BG$  est quædam alia libra, in cuius extremo  $B$  est centrum gravitatis, & propterea pondus gravium  $IH$ , & similiter in alio extremo  $G$  pondus gravium  $KL$ , erit in eadem libra  $BG$  centrum gravitatis prædictorum omnium gravium  $IHLK$ , quod cum unicum sit, existatque in  $D$ , erit ut  $IH$  ad  $KL$ , ita  $GD$  ad  $DB$ , quod &c.

## SCHOLIUM.

Ponderibus  $IHLK$  respondebunt deinceps literæ  $ACFE$ ; duobus verò  $IH$  litera  $B$ ; duobus  $KL$  litera  $G$ ; omnibus  $IHLK$  litera  $D$ ; pro  $IL$  usurpabimus  $A + F$ , hoc est  $A$  plus  $F$ , similiterque pro duobus  $KH$  alias duas literas  $E + C$  minimè verò literam  $D$ , quæ significat omnia pondera  $IHLK$ , ut diximus.

PROP.



*Sit quadrilaterum AHIC, & in illo duæ lineæ BFG, EFD, oppositis lateribus occurrentes in punctis BGED, & se inuicem secantes in F; proportio autem lineæ IG ad GH sit composita ex rationibus partium reliquorum laterum, rectarum videlicet AE ad EH, CB ad BA, & ID ad DC. Propositum est pondera NM LK ex angulis HACI suspendere, ita ut pōdus K ad L sit ut CD ad DI; L ad M, ut AB ad BC; M ad N, ut HE ad EA; N ad K, ut IG ad GH; & duo graua simul N M ad duo LK simul, ut DF ad FE; tandem, ut duo NK ad duo ML, ita BF ad FG.*

tab. 1.  
fig. 8.

**F**iat pondus K ad L ut CD ad DI; L verò ad M ut BA ad BC, & M ad N ut HE ad EA; dico N ad K esse ut IG ad GH, & duo N M ad duo LK, ut DF ad FE.

Nam pondus N ad K componitur ex rationibus ponderum N ad M, M ad L, L ad K; Sed ex constructione, ut N ad M, ita recta AE ad EH; ut M ad L, ita recta CB ad BA; & ut L ad K, ita ID ad DC; ergo N ad K componitur ex rationibus rectarum AE ad EH, CB ad BA, & ID ad DC: verum ex eisdem rationibus componitur (ut suppositum est) proportio rectæ IG ad GH; ergo ut IG ad GH, ita reciprocè pondus N ad K; itaque punctum G est centrum grauitatis ponderum NK: & quia BG est quædam libra, in cuius extremo B est centrum grauitatis, atque adeò totum pondus grauium ML; itemque in alio extremo G pondus est grauium NK; erit in ipsa libra GB centrum grauitatis omnium grauium MLNK. Rursus ED est alia libra, in cuius extremo E est centrum, & ideo pondus grauium NM, & in alio extremo D est eadem ratione pondus grauium LK; quare in hac etiam libra ED reperitur centrum grauitatis eorundem grauium NMKL in illa priori positione. Cum igitur tam in libra GB, quàm in DE sit centrum grauitatis prædictorum ponderum MLKN, illudque sit vnicum, erit in communi sectione F; itaque ut duo simul pondera ML ad NK, sic erit GF ad FB, atque, ut duo MN ad duo KL, ita DF ad FE, quod &c.

#### COROLLARIUM.

*Elicitur ex hac propositione, quod licet prædictum sit sectum qua-*



LIBER PRIMVS. 7

quadrilaterum non in eodem plano iaceat, semper tamen iunctæ  $ED, BG$  in unico plano sunt; & ulterius ea omnia contingunt, quæ supra ostendimus. Cum enim demonstratum sit in utraque libra  $ED, G$  B existere centrum gravitatis omnium grauium  $NM LK$ , necesse est ut habeant aliquod punctum commune, in quo se inuicem secant, quod cum ita sit, in eodem plano existent.

SCHOLIUM.

Pondera  $MLK N$  exprimemus deinceps literis  $ACIH$ ; duo verò  $ML$  litera  $B$ ; duo  $LK$  litera  $D$ ; duo  $KN$  litera  $G$ ; duo  $NM$  litera  $E$  indicabimus; sicuti, & quatuor  $NMLK$  litera  $F$  exprimemus.

Constructis iam, explicatisque his quinque elementis, quæ utilitas, seriesq; varia Theorematum ex eorum commixtione sit sequutura, & quanto Geometria bono, cuius fines amplificare hoc qualicumque inuento conati sumus, palam ex sequentibus propositionibus constabit.

LEMMA III.

Sit  $B$  centrum gravitatis ponderum  $AC$ . Dico pondus  $B$ , aggregatum videlicet grauium  $AC$  ponderantium in  $B$  esse ad pondus  $C$ , ut  $AC$  ad  $BA$ . Quoniam  $B$  est centrum gravitatis ponderum  $AC$ , erit  $A$  ad  $C$ , ut  $CB$  ad  $BA$ , ergo componendo erit pondus  $B$  ad  $C$ , ut  $CA$  ad  $BA$ , quod &c. tab. 1.  
fig. 2.

PROP. VI. PROB. VI.

Exposita primi elementi figura  $AECF$ , intelligantur in  $AEC$  pondera disposita  $AEC$  eodem modo, quo ibi exposita fuerunt pondera  $G, H$ , ita ut  $D$  sit centrum gravitatis ponderum  $AE$ ;  $B$  ponderum  $AC$ ,  $F$  omnium erunt itaque quatuor rationes  $AB$  ad  $BC$ ,  $AD$  ad  $DE$ ,  $EF$  ad  $FB$ , &  $CF$  ad  $FD$ , quarum duæ quælibet si secundum numeros dentur, reliquas duas inueſtigabimus.

Huius problematis sunt sex casus; etenim (ut ex arte combinatoria) ductis quatuor (quot videlicet rationes sunt datae) in tria, numerum scilicet unitate deficientem exurgit 12, cuius medietas 6 præbet nobis numerum binariorum in quos distribui potest prædictus numerus 4. Dentur

tab. 1.  
fig. 4.

8

# STATICÆ CONSTRUCTIONIS

Dentur igitur primò duæ rationes EF ad FB, & CF ad FD, prior sit vt 2 ad 1, altera autem vt 3 ad 2; debemus modo manifestare reliquas duas rationes CB ad BA, & ED ad DA.

Quoniam pondus B (aggregatum videlicet ex AC) ad C est (ex præmisso tertio lemmate) vt recta AC ad AB: componitur verò ratio ponderis B ad C ex rationibus ponderum B ad F, & F ad C: vt verò B ad F, ita EF ad EB, & vt F ad C, ita DC ad DF; erit ratio AC ad AB composita ex rationibus EF ad EB, & DC ad DF: quoniam verò EF ad FB est vt 2 ad 1, componendo autem, inde per conuersionem rationis, & conuertendo, EF ad EB est vt 2 ad 3, fuitque etiam CF ad FD, vt 3 ad 2, & componendo CD ad FD, vt 5 ad 2; erit recta AC ad AB composita ex rationibus 2 ad 3, & 5 ad 2, seu ex his, 2 ad 3, & 3 ad 1; hoc est eadem AC ad AB, vt 2 ad 1, seu vt 10 ad 6; quare diuidendo erit CB ad BA, vt 4 ad 6, seu vt 2 ad 3. Eadem ratione, quia pondus D ad E, componitur ex rationibus ponderum D ad F, & F ad E, rectarum vid. CF ad CD, atque EB ad BF; idem pondus D ad E, hoc est AE ad DA componitur ex rationibus 3 ad 5, & 3 ad 1: ex his verò rationibus componitur illa 3 ad 1, hoc est 9 ad 5; ergo AE ad DA est vt 9 ad 5, sed diuidendo ED ad DA erit vt 4 ad 5, est ergo CB ad BA, vt 2 ad 3, & ED ad DA, vt 4 ad 5, quod erat faciendum.

II. sint datæ duæ rationes EF ad FB, vt 4 ad 5, ED ad DA, vt 7 ad 9, debemus vestigare reliquas rationes CF ad FD, & CB ad BA.

Ratio rectæ AC ad CB, ponderis videlicet B ad A componitur ex rationibus ponderum B ad E, & E ad A, rectarum videlicet EF ad FB, & AD ad DE, hoc est ex rationibus 4 ad 5, & 9 ad 7; quare AC ad CB componitur ex rationibus 4 ad 5, & 9 ad 7: hæc autem composita ratio est ea quam habet 4 ad 3, siue 36 ad 35, ergo AC ad CB est vt 36 ad 35, & diuidendo AB ad BC, vt 1 ad 35.

Similiter, quia CD ad CF, hoc est pondus F ad D componitur ex rationibus ponderum F ad E, & E ad D, rectarum videlicet EB ad BF, & DA ad AE, ex rationibus nempe 9 ad 5, & 9 ad 16; hæc autem ratio eadem est, ac illa, quam habet 9 ad 8, seu vt 81 ad 80, erit diuidendo DF ad FC, vt 1 ad 80.

III. quòd si datis duabus rationibus CF ad FD, vt 4 ad 5, & CB ad BA, vt 7 ad 9; dabimus etiam eo pacto, quo supra AD

ad



LIBER PRIMVS.

9

ad DE, vt 1 ad 35; & BF ad FE, vt 1 ad 80.

IV. Sit ratio ED ad DA, vt 20 ad 21, & CB ad BA, vt 99 ad 25, & oporteat notificare duas rationes EF ad FB, & CF ad FD. Componitur ratio rectæ CF ad FD, ponderis nempe D ad C, ex rationibus ponderum D ad A, & A ad C, hoc est rectarum EA ad ED, & CB ad BA, videlicet ex rationibus 41 ad 20, & 99 ad 25: sed 41 ad 25 componitur ex eisdem rationibus; ergo CF ad DF est vt 41 ad 55, hoc est vt 4059 ad 500.

Eadem ratione quia EF ad FB, hoc est pondus B ad E componitur ex rationibus ponderum B ad A, & A ad E, linearum videlicet CA ad CB, & ED ad DA, nempe ex rationibus 124 ad 99, & 20 ad 21; cumque ex eisdem rationibus componatur ratio, quam habet 124 ad 103  $\frac{12}{20}$ , hoc est vt 2480 ad 2079, erit in eadem ratione EF ad FB.

V. Dentur duæ proportionēs ED ad DA, vt 2 ad 1, & CF ad FD æqualitatis, oportet reliquas duas inuestigare, videlicet CB ad BA, & EF ad FB. Componitur CB ad BA, pondus nimirum A ad C ex rationibus ponderum A ad D ad C, rectarum videlicet ED ad EA, & CF ad FD; hoc est ex rationibus 2 ad 3, & 3 ad 3, est igitur CB ad BA, vt 2 ad 3.

Similiter E ad FB, hoc est ratio ponderis F ad E componitur ex rationibus ponderum F ad D ad E, rectarum videlicet CD ad CF, & AE ad AD, hoc est ex rationibus 2 ad 1, & 3 ad 1; sed ex eisdem rationibus componitur 2 ad 1, seu 6 ad 1, ergo E ad BF est vt 6 ad 1, & diuidendo EF ad FB, vt 5 ad 1.

VI., & vltimo. Quod si datæ proportionēs fuerint CB ad BA, vt 2 ad 1, & EF ad FB æqualitatis ostendemus (vt supra factum est) ED ad DA, vt 2 ad 3, & CF ad FD, vt 5 ad 1.

SCHOLIUM.

Quoties autem problema fuerit impossibile ex ipsa operatione dignoscetur; si enim data fuerit ratio DF ad FC æqualitatis, & similiter BF ad FE æqualitatis, dico esse impossibile questionem. Cum enim pondus C ad B, hoc est recta AB ad AC componatur ex rationibus ponderum C ad F, & F ad B, rectarum videlicet DF ad DC, & EB ad EF, hoc est rationum 1 ad 2, & 2 ad 1 erit pars AB ad totum AC, vt 1 ad 1 pars æqualis toti, quod est absurdum. Hoc aut non dissimile absurdum semper sequitur.

B

quitur



quitur quoties questio proposita est impossibilis.

Huius propositionis primam partem, seu casum primum, cuius titulum transmiseram amico meo, nulla adiecta, aut indicata solutione, demonstravit geometricè nobilis adolescens multitudine linguarum, artium, & scientiarum varietate conspicuus Petrus Paulus Carauaggius Petri Pauli filius præceptoris sui. Eius demonstrationem appono, quæ methodum hanc staticam geometrica in luce collocabit.

Sit  $EF$  ad  $FB$ , ut 2 ad 1, &  $CF$  ad  $FD$ , ut 3 ad 2; dico  $ED$  ad  $DA$  esse ut 4 ad 5, &  $CB$  ad  $BA$ , ut 2 ad 3.

tab. I.  
fig. 10

**D**ucatur  $GH$  parallela  $EC$ . Quoniam  $EC$  ad  $GF$ , est ut  $CD$  ad  $DF$ , videlicet ut 5 ad 2, &  $EC$  ad  $FH$ , ut 15 ad 5, erit  $EC$  ad  $GH$ , ut 15 ad 11; pariterque  $AE$  ad  $AG$ , &  $AC$  ad  $AH$ , ut 15 ad 11; igitur quarum partium  $AE$  est 15, erit  $GE$  4, similiterque quarum partium  $AC$  est 15, erit  $HC$  4; cum itaque sit  $GE$  ad  $ED$ , ut  $CF$  ad  $CD$ , videlicet ut 3 ad 5; si ut 3 ad 5 ita fiat 4 ad alium numerum, prodibit numerus  $\frac{20}{3}$  pro  $ED$ , cuius residuum ex  $EA$  15 erit  $\frac{25}{3}$ ; erit igitur  $ED$  ad  $DA$ , ut 4 ad 5.

Similiter quoniam, quarum partium  $AC$  est 15,  $CH$  est 4, estque  $CH$  ad  $CB$ , ut 2 ad 3; erit  $CB$  6, &  $BA$  9: quare  $CB$  ad  $BA$  erit ut 2 ad 3.

#### PROP. VII. THEOR. I.

Recta  $DB$  secet utcumque triangulum  $EAC$ , itaut fiat triangulum  $DAB$ , & iungantur  $BE$ ,  $DC$  se inuicem secantes in  $F$ ; dico  $DF$  ad  $FC$  eam habere rationem, quam habet pyramis, cuius basis triangulum  $ABD$ , & altitudo  $EF$  ad pyramidem, cuius basis triangulum  $AEC$ , & altitudo  $FB$ .

tab. I.  
fig. 12

**Q**uoniam ratio ponderis  $C$  ad  $D$ , rectæ videlicet  $DF$  ad  $FC$  componitur ex rationibus ponderum  $C$  ad  $B$  ad  $E$  ad  $D$ , rectarum videlicet  $AB$  ad  $AC$ ,  $EF$  ad  $FB$ , &  $AD$  ad  $AE$ : ex iisdem verò rationibus componitur ratio parallelepipedum contenti rectangulo  $AB$  in  $EF$ , tanquam basi, & altitudine  $DA$ , ad parallelepipedum contentum rectangulo  $AC$  in  $FB$ , tanquam basi, altitudine verò  $AE$ ; ergo  $DF$  ad  $FC$  est ut parallelepipedum factum

# LIBER PRIMVS,

factum ex rectangulo AB in EF, altitudine DA, ad parallelepipedum ex AC in FB rectangulo, & altitudine AE, seu vt parallelepipedum contentum rectangulo DAB, altitudine EF, ad parallelepipedum contentum rectangulo CAE, & altitudine FB. componitur autem ratio horum duorum parallelepipedorum ex ratione, quam habet rectangulum DAB basis vnus, ad rectangulum CAE basim alterius, & altitudo EF ad altitudinem FB; rectangulum verò DAB ad rectangulum CAE componitur ex rationibus rectarum AB ad AC, & DA ad AE, ex quibus componitur etiam triangulum DAB ad triangulum AEC, cum angulus A ad verticem communis sit; ergo DF ad FC componitur ex rationibus trianguli DAB ad triangulum EAC, & rectæ EF ad FB; hoc est DF ad FC est in ea ratione in qua est pyramis, cuius basis triangulum DAB, & altitudo EF, ad pyramidem, cuius basis triangulum AEC, & altitudo FB, quod &c.

Ex Federico Com-  
mand. in  
23. 6.

## COROLLARIUM.

Hinc constat, si EF fuerit aequalis ipsi FB, esse triangulum DAB ad triangulum AEC, vt est recta DF ad FC. Cum enim rectæ EF, FB sint æquales altitudines prædictarum pyramidum, erunt iccirco inter se vt bases.

## LEMMA IV.

Si aliqua proportio fuerit composita ex pluribus deinceps rationibus, inde perturbato antecedentium, vel consequentium ordine, siue etiam vtroque, vt fiant totidem alie rationes, component iste eandem priorem rationem.

A	C	E	G	+	K	M	AAAAAA	O
B	D	F	H	I	L	N	BBBBBB	P
A	+	K	E	C	G	M	AAAAAA	Q
N	D	H	L	F	I	B	BBBBBB	R

Sint quotlibet rationes, puta septem expositæ A ad B, C ad D, E ad F, G ad H, + ad I, K ad L, & M ad N: ratio verò ex ipsis composita sit O ad P. Perturbato iam ordine antecedentium

B 2

AC



$ACEG \times KM$  inter se quomodocunque, ut sit  $A \times KECGM$ ; vel ordine consequentium  $BDFHILN$ ; ut sit  $NDHLEFIB$ . Dico si ex rationibus  $A$  ad  $N$ ,  $\times$  ad  $D$ ,  $K$  ad  $H$ ,  $E$  ad  $L$ ,  $C$  ad  $F$ ,  $G$  ad  $I$ , &  $M$  ad  $B$  fiat ratio  $Q$  ad  $R$ , hanc similem esse priori  $O$  ad  $P$ .

*Ex Clau.  
ad prop.  
19. 8.*

Nam ex multiplicatione laterum  $ACEG \times KM$ , vel ipsorum  $A \times KECGM$  fit semper idem productum; pariterque idem quod oritur ex ductu laterum  $BDFHILN$ , fit etiam ex multiplicatione laterum  $NDHLEFIB$ ; Ratio ergo producti priorum antecedentium ad productum priorum consequentium erit eadem penitus ac illa producti postremarum, seu perturbatarum antecedentium, ad productum postremarum consequentium; sed ut  $O$  ad  $P$ , ita productum ex antecedentibus prioris ordinis ad productum primi ordinis consequentium; itemque ut  $Q$  ad  $R$  ita productum ex secundi ordinis antecedentibus ad productum eiusdem ordinis consequentium; ergo si duæ illæ rationes productorum (ut ostendimus) sunt inter se similes, necesse est ut quoque similes sint duæ rationes  $O$  ad  $P$ , &  $Q$  ad  $R$ , quod erat &c.

## PROP. VIII. THEOR. II.

*Posita eadem figura propositionis septimæ huius. Dico triangulum  $EAC$  ad triangulum  $DAB$ , esse ut triangulum  $EFB$  ad triangulum  $DFB$ .*

*tab. 1.  
fig. 10.  
2. 6.*

**R**atio trianguli  $EAC$  ad triangulum  $DAB$  componitur ex rationibus laterum communem angulum  $EAC$  comprehendentiū, nimirū ex proportionibus  $EA$  ad  $AD$ , &  $CA$  ad  $AB$ ; sed ex vi primi elementi nostri recta  $E$  ad  $A$  ad  $D$ , pondus videlicet  $D$  ad  $E$  componitur ex rationibus ponderum  $D$  ad  $F$  ad  $E$ , seu ex rationibus rectarum  $CF$  ad  $CD$ , &  $EB$  ad  $BF$ ; Itemque  $CA$  ad  $AB$ , hoc est pondus  $B$  ad  $C$  componitur ex proportionibus ponderum  $B$  ad  $F$  ad  $C$ , rectarum scilicet  $FE$  ad  $EB$ , &  $CD$  ad  $DF$ ; ergo triangulum  $EAC$  ad triangulum  $DAB$  componitur ex rationibus rectarum  $CF$  ad  $CD$ ,  $EB$  ad  $BF$ ,  $FE$  ad  $EB$ , &  $CD$  ad  $DF$ , vel ex iisdem, ordine ipsarum proportionum perturbato, hoc est ex rationibus rectarum  $CF$  ad  $CD$ ,  $CD$  ad  $DF$ ,  $FE$  ad  $EB$ , &  $EB$  ad  $BF$ : duæ verò priores componunt illam ex  $CF$  ad  $DF$ , & duæ postremæ componunt rationem ex  $FE$  ad  $BF$ ; ergo

trian-



LIBER PRIMVS.

13.

triangulum EAC ad ipsum DAB componitur ex rationibus re-  
ctarum CF ad FD, & FE ad BF; sed ex eisdem circa æquales  
angulos ad verticem F componitur etiam triangulum EFC ad ip-  
sum DFB; ergo ut triangulum EAC ad ipsum DAB, ita trian-  
gulum EFC ad ipsum DFB.

PROP. IX. PROB. VII.

*Exposita secundi elementi figura, intellectisque ponderibus  
eodem modo suspensis; datis duabus quibuscunque rationibus  
ex sex ED ad DA; AB ad BC; CK ad KE; KF ad FA; DF  
ad FC; & EF ad FB oporteat quatuor reliquas indagare.*

**H**uius problematis sunt quindecim casus; nam ducto 6 in 5 fit *tab. 1.*  
productum 30, cuius semissis est 15, numerus videlicet *fig. 5.*  
binariorum ex sex deriuantium.

Sint igitur primum datæ duæ rationes ED ad DA, vt 6 ad 7; &  
AB ad BC, vt 8 ad 9; quas verò debemus manifestare sint EF ad  
ad FB; DF ad FC; KF ad FA; EK ad KC.

Iam in figura EACF cum datæ sint duæ rationes ED ad DA,  
& AB ad BC, notæ erunt reliquæ duæ, videlicet DF ad FC, vt  
16 ad 39, & EF ad FB, vt 34 ad 21: deinde quia in figura ACEF  
primi elementi dantur duæ rationes EF ad FB, vt 34 ad 21, &  
AB ad BC, vt 8 ad 9, dabuntur quoque duæ reliquæ rationes AF  
ad FK, vt 37 ad 18, & EK ad KC, vt 16 ad 21.

II. Quod si datæ rationes fuissent AB ad BC, vt 6 ad 7, & CK  
ad KE, vt 8 ad 9, darentur similiter quatuor rationes BF ad FE,  
vt 16 ad 39; AF ad FK, vt 34 ad 21; CF ad FD, vt 37 ad 18;  
AD ad DE, vt 16 ad 21.

III. Si verò essent datæ rationes CK ad KE, vt 6 ad 7, &  
ED ad DA, vt 8 ad 9, eodem modo notas reddemus quatuor ra-  
tiones KF ad FA, vt 16 ad 39; CF ad FD, vt 34 ad 21; EF ad  
FB, vt 37 ad 18; & CB ad BA, vt 16 ad 21.

IV. Sint datæ duæ rationes AF ad FK, vt 21 ad 13; & EK ad  
KC, vt 10 ad 11, debemus quatuor reliquas inuenire, nempe ED  
ad DA; AB ad BC; EF ad FB, & CF ad FD. Quoniam in primo  
elemento, cuius vertex C centrum F sunt datæ duæ rationes AF  
ad FK, vt 21 ad 13; EK ad KC, vt 10 ad 11; dabuntur duæ reli-  
quæ

quæ  $E F$  ad  $F B$ , vt 23 ad 11, &  $A B$  ad  $B C$ , vt 10 ad 13; & quia  
rursus in primo elemento, cuius vertex  $E$ , idemque centrum  $F$   
sunt datæ duæ rationes  $A F$  ad  $F K$ , vt 21 ad 13, &  $E K$  ad  $K C$ , vt  
10 ad 11, reliquas item duas notificabimus; eritque  $E D$  ad  $D A$ ,  
vt 13 ad 11, &  $C F$  ad  $F D$ , vt 24 ad 10.

V. Si verò datæ fuerint rationes duæ  $C F$  ad  $F D$ , vt 21 ad 13,  
&  $A D$  ad  $D E$ , vt 10 ad 11, erunt pariter notæ quatuor rationes  
 $A F$  ad  $F K$ , vt 23 ad 11;  $C K$  ad  $K E$ , vt 10 ad 13;  $A B$  ad  $B C$ , vt  
13 ad 11, &  $E F$  ad  $F B$ , vt 24 ad 10.

VI. Et si datæ duæ rationes fuissent  $E F$  ad  $F B$ , vt 21 ad 13, &  
 $C B$  ad  $B A$ , vt 10 ad 11; eodem prorsus modo haberentur reli-  
quæ quatuor rationes; hoc est  $C K$  ad  $K E$ , vt 13 ad 11;  $A F$  ad  
 $F K$ , vt 24 ad 10;  $C F$  ad  $F D$ , vt 23 ad 11, &  $A B$  ad  $B C$ , vt 10  
ad 13.

VII. Habitis duabus rationibus  $E F$  ad  $F B$  æqualitatis,  $C F$  ad  
 $F D$ , vt 52 ad 18; & reliquas quatuor reperiemus. Est enim in  
elemento primo, cuius vertex  $A$  centrum  $F$  data vtraque ratio  $E F$   
ad  $F B$ , &  $C F$  ad  $F D$ , quare duas reliquas non ignorabimus, vide-  
licet  $C B$  ad  $B A$ , vt 17 ad 18, &  $A D$  ad  $D E$ , vt 35 ad 17. Sunt  
itaque datæ duæ rationes  $E F$  ad  $F B$  æqualitatis, &  $A B$  ad  $B C$ , vt  
18 ad 17; propterea in primo elemento, cuius vertex  $C$ , & cen-  
trum  $F$  dabuntur etiam duæ reliquæ  $E K$  ad  $K C$ , vt 18 ad 35, &  
 $K F$  ad  $F A$ , vt 17 ad 53.

VIII. Et si datæ rationes fuissent  $E F$  ad  $F B$  æqualitatis,  $A F$  ad  
 $F K$ , vt 52 ad 18; cognoscemus eadem ratione  $E K$  ad  $K C$ , vt 17  
ad 18;  $C B$  ad  $B A$ , vt 35 ad 17;  $A D$  ad  $D E$ , vt 18 ad 35; &  $D F$   
ad  $F C$ , vt 17 ad 53.

IX. At si duæ cognitæ rationes fuerint  $C F$  ad  $F D$ , vt 1 ad 1,  
 $A F$  ad  $F K$ , vt 52 ad 18; non latebunt quatuor reliquæ, erit-  
que  $A D$  ad  $D E$ , vt 17 ad 18;  $E K$  ad  $K C$ , vt 35 ad 17;  $C B$  ad  
 $B A$ , vt 18 ad 35; &  $B F$  ad  $F E$ , vt 17 ad 53.

X. Sint datæ duæ rationes  $E D$  ad  $D A$ , vt 39 ad 105;  $B F$  ad  
 $F E$ , vt 105 ad 69, cognoscemus etiam quatuor reliquas; nam in  
elemento primo, cuius vertex  $A$ , centrum  $F$ , dantur duæ expositæ  
rationes, ergo & duæ reliquæ palam fient, hoc est  $C F$  ad  $F D$ , vt  
144 ad 30, &  $C B$  ad  $B A$ , vt 39 ad 30; Sed cum rursus in alio ele-  
mento primo, cuius vertex  $C$ , idemque centrum  $F$  sint notæ duæ  
rationes  $B F$  ad  $F E$ , vt 105 ad 69; &  $C B$  ad  $B A$ , vt 39 ad 30;  
da-



LIBER PRIMVS.

15

dabuntur item residuæ rationes  $AF$  ad  $FK$ , vt 135 ad 39, &  $EK$  ad  $KC$ , vt 30 ad 105.

Reliqui verò quinque casus similes omninò sunt huic supradicto decimo, licet diuersa videatur positio, atque adeo eodem modo soluantur, quod erat &c.

PROP. X. PROB. VIII.

*Exposita eadem secundi elementi figura, datisque rationibus  $DA$  ad  $AB$ , &  $DE$  ad  $BC$  oporteat rationem  $CK$  ad  $KE$  manifestare.*

**S**IT ratio  $DA$  ad  $AB$ , vt 2 ad 3, &  $DE$  ad  $BC$ , vt 5 ad 4; quia *tab. 1.*  
proportio  $CK$  ad  $KE$ , ponderis videlicet  $E$  ad  $C$  componitur *fig. 5.*  
ex rationibus ponderum  $E$  ad  $A$  ad  $C$ , rectarum videlicet  $AD$  ad  $DE$ , &  $C$  ad  $BA$ ; ex his autè rationibus componitur etiam rectangulum ex  $AD$  in  $CB$ , ad rectangulum ex  $DE$  in  $BA$ ; quæ quidem rectangula componuntur etiam ex duabus rationibus  $DA$  ad  $BA$ , &  $C$  ad  $DE$ , hoc est ex duabus 2 ad 3, & 4 ad 5; erit  $DA$  ad  $AB$ , vt 8 ad 15, nempe vt productum ex  $DA$  in  $C$  ad productum ex  $BA$  in  $DE$ , quod erat &c.

*Idem geometricè ex prædicto Petro Paulo Caranaggio Iuniore.*

*Quarum partium  $ED$  est 2, sit  $CB$  5; & quarum  $DA$  est 1, sit  $AB$  3. Dico  $CK$  ad  $KE$  eandem rationem habere, quam habet rectangulum ex  $AD$  in  $CB$  ad rectangulum ex  $ED$  in  $EB$ , videlicet vt 5 ad 6.*

**Q**Uoniam enim vt  $AD$  ad  $DE$ , ita triangulum  $ACD$  ad triangulum  $DCE$ , vt autem  $AD$  ad  $DE$ , ita est triangulum  $AFD$  ad triangulum  $DFE$ ; ergo vt  $AD$  ad  $DE$ , ita erit *19. 5.*  
triangulum  $ACF$  ad triangulum  $FCE$ . Similiter erit vt  $C$  ad  $BA$ , ita triangulum  $EFC$  ad triangulum  $EFA$ ; habet igitur triangulum  $AFC$  ad triangulum  $AFE$  rationem compositam ex  $AD$  ad  $DE$ , &  $C$  ad  $BA$ ; sed vt triangulum  $AFC$  ad triangulum  $AFE$ , ita  $CK$  ad  $KE$ ; igitur  $CK$  ad  $KE$  habet rationem compositam

fitam ex AD ad DE, & CB ad BA; Sed ex ijsdem rationibus componitur ratio, quam habet rectangulum ex AD in BC ad rectangulum ex DE in BA; ergo vt rectangulum ex AD in BC ad rectangulum ex DE in BA, ita CK ad KE, quoderat &c.

*Idem ego geometricè præstiti nondum tradita mihi solutione Carauaggi, sequenti lemmate præmisso.*

## LEMMA V.

*Sit triangulum ABD, in quo se inuicem secant lineæ DGI, BGH, AGC in G; ex puncto autem A ducta FE parallela BD occurrat in punctis FE lineis CIF, & CHE; dico rectam FA esse æqualem AE.*

tab. 2.  
fig. 13.  
2. 6.  
11. 5.

**P**roducantur BH, DI, donec occurrant in KL rectæ LK. Quoniam DC ad LA est vt CG ad GA, vt autem CG ad GA, ita BC ad AK, erit vt DC ad LA, ita BC ad AK, & permutando DC ad CB, vt LA ad AK. Rursus, quia CD ad AE est vt CH ad HE; vt autem CH ad HE, ita BC ad EK, erit CD ad AE, vt BC ad EK; & permutando CD ad CB, erit vt AE ad EK: deniq; quoniam similiter CD ad CB est vt LF ad FA, erunt tres rationes LA ad AK, AE ad EK, LF ad FA similes eidem CD ad CB, & propterea etiam inter se; cum itaque sit vt LF ad FA, ita AE ad EK, & componendo vt LA ad AF, ita AK ad EK, erit permutando vt LA ad AK, ita AF ad EK; sed vt LA ad AK, ita est quoque AE ad EK; ergo vt est AF ad EK, ita AE ad eandem EK; ergo FA, AE sunt æquales, quod &c.

11. 5.

11. 5.  
9. 5.

*Detur triangulum AHE, seque in illo inuicem secant in I lineæ EK, FA, HD; datis deinde rationibus AK ad AD, & KH ad DE in numeris oporteat inuestigare rationē EF ad FH.*

tab. 2.  
fig. 14.

**D**Veatur à puncto A recta BC parallela HE; à puncto verò F per KD ductæ rectæ FB, FC secant BC in punctis BC, ducatur denique ex A recta AG parallela CF occurrens productæ EH in G.

34. 1.

*ex lem. 5.* Quoniam GA est parallela FC, & AC parallela GF, erit AF parallelogrammum, eritque GF æqualis AC, hoc est AB; cum itaque



itaque ratio EF ad FH componatur ex duabus rationibus EF ad EG, & EG ad FH, sitque ut EF ad FG, ita ED ad DA, utque FG, hoc est AB ad FH, ita AK ad KH, erit ratio EF ad FH composita ex duabus rationibus ED ad DA, & AK ad KH; sed ex 22. 5. iisdem componitur ratio rectanguli ex AK in DE ad rectangulum ex KH in AD, seu ex his duabus alijs KA ad AD, & DE ad HK; igitur etiam EF ad FH componitur ex iisdem rationibus KA ad AD, & DE ad KH, quæ cum datæ sint, ratio EF ad FH manifesta erit, quod &c.

## PROP. XI. THEOR. III.

*Exposita rursus figura secundi elementi EDABCKF; dico AE ad AC componi ex rationibus triangulorum CFB ad DFE; & rectangulorum DEK ad BCK.*

Componitur ratio EA ad AC ex rationibus AE ad AD ad *tab. I.*  
 AB ad AC; similiterque ratio AE ad AD, ponderis nempe D *fig. 5.*  
 ad E componitur ex rationibus ponderum D ad C ad E, rectarum  
 videlicet CF ad FD, & EK ad KC, pariterque AB ad AC, hoc  
 est pondus C ad B componitur ex rationibus ponderum C ad E ad  
 B, rectarum videlicet EK ad KC, & BF ad FE; ergo AE ad AC  
 componitur ex rationibus CF ad FD, EK ad KC, AD ad AB, EK  
 ad KC, & BF ad FE. Similiter AD ad AB componitur ex ra-  
 tionibus AD ad DE ad BC ad BA, seu ex iisdem ordine pertur-  
 bato, hoc est ex rationibus AD ad DE, CB ad BA, & ED ad CB;  
 & ratio CK ad KE est illa, quæ componitur ex rationibus AD ad  
 DE, & CB ad BA; quare AD ad AB constituetur ex rationibus  
 CK ad KE, & ED ad CB; componitur igitur ratio AE ad AC  
 ex rationibus CF ad FD, EK ad KC, CK ad KE, ED ad CB, EK  
 ad KC, BF ad FE, quarum duæ EK ad KC, & KC ad KE consti-  
 tutunt unicam KE ad KE æqualitatis, quæ cum non augeat, ne-  
 que minuat rationum compositionem, necesse est ut AE ad AC  
 componatur ex quatuor rationibus CF ad FD, ED ad CB, EK  
 ad KC, & BF ad FE, vel ex iisdem perturbato earundem ordine,  
 videlicet ex CF ad FD, BF ad FE, ED ad CB, & EK ad KC;  
 sunt autem duæ priores rationes CF ad FD, BF ad FE illæ,  
 quæ componunt rationem, quam habet triangulum CFB ad  
 C DFE,

D $\Delta$ E, cum duo anguli ad verticem F æquales sint; duæ verò postremae E D ad C B, & E K ad K C componunt rectangulum D E K ad rectangulum B C K; ergo A E ad A C componitur ex rationibus trianguli C F B ad triangulum D F E, & rectanguli D E K ad rectangulum B C K, quod &c.

## PROP. XII. PROB. IX.

*Exposita tertij elementi figura, ex quinque verò rationibus, de quibus in ipso egimus elemento, datis tribus quibuscunque oportet reliquas duas manifestare.*

Huius problematis sunt decem casus; nam numerus quinque resolvitur in decem numeros binarios; ducto siquidem 5 in 4 fit 20, cuius medietas est 10.

tab. 2.  
fig. 15.

Sint primum datæ tres rationes A F ad F E, vt 3 ad 4, B G ad G E æqualitatis, & C D ad D E, vt 5 ad 4, debemus reliquas duas investigare, hoc est F G ad G D, & A B ad B C; & quia in hoc casu tantum non debet A C esse parallela F D, ducamus à puncto A parallelam A H I.

Quoniam B G ad G H componitur ex rationibus B G ad G E, & G E ad G H; estque G E ad G H, vt E F ad F A; erit B G ad G H composita ex rationibus B G ad G E, & E F ad F A, videlicet ex rationibus 4 ad 4, & 4 ad 3; & ideo B G ad G H erit vt 4 ad 3; & diuidendo, B H ad H G, vt 1 ad 3; sed H G ad H E est vt 3 ad 7; ergo ex æquali B H ad H E erit vt 1 ad 7. Rursus C D ad D I componitur ex proportionibus C D ad D E ad D I; sed E D ad D I est vt E F ad F A; ergo C D ad D I composita est ex rationibus C D ad D E, & E F ad F A, imò ex rationibus 5 ad 4, & 4 ad 3; quare C D ad D I est vt 5 ad 3; & diuidendo, C I ad I D, vt 2 ad 3; I D verò ad I E, hoc est A F ad F E, vt 3 ad 7; igitur ex æquali, vt C I ad I E, ita 2 ad 7; cum igitur in figura primi elementi, cuius vertex C, & centrum H, datæ sint duæ rationes C I ad I E, vt 2 ad 7, & B H ad H E, vt 1 ad 7; etiam duæ reliquæ palam fient, hoc est I H ad H A, vt 7 ad 9, & C B ad B A æqualitatis; vt verò I H ad H A, ita D G ad G F; ergo dedimus reliquas duas rationes F G ad G D; vt 9 ad 7, & C B ad B A, vt 1 ad 1, videlicet æqualitatis.

II.



II. In inferiori figura eiusdem tertij elementi dantur tres rationes  $CD$  ad  $DE$ , vt 7 ad 4;  $C$  ad  $BA$ , vt 2 ad 4; &  $DG$  ad  $GF$ , vt 5 ad 11, oportet reliquas duas rationes  $AF$  ad  $FE$ , &  $EG$  ad  $GB$  aperire.

Componitur proportio  $EA$  ad  $EF$ , ponderis nempe  $F$  ad  $A$  ex proportionibus ponderum  $F$  ad  $D$  ad  $C$  ad  $A$ ; restarum videlicet  $DG$  ad  $GF$ ,  $EC$  ad  $ED$ , &  $AB$  ad  $BC$ ; ex rationibus nimirum 5 ad 11 ad 4 ad 2; quare  $EA$  ad  $EF$  est vt 5 ad 2, diuidendoque, erit  $AF$  ad  $FE$ , vt 3 ad 2.

Rursus  $E$  ad  $E$ , hoc est pondus  $G$  ad  $B$  componitur ex proportionibus ponderum  $G$  ad  $D$  ad  $C$  ad  $B$ , restarum videlicet  $DF$  ad  $FG$ ,  $EC$  ad  $ED$ , &  $AB$  ad  $AC$ ; imò ex rationibus 16 ad 11 ad 4 ad 6; itaque  $E$  ad  $E$  est vt 16 ad 6, & diuidendo  $B$  ad  $G$ , erit vt 10 ad 6.

III. Quòd si datæ tres rationes fuerint  $AF$  ad  $FE$ , vt 7 ad 4,  $AB$  ad  $BC$ , vt 2 ad 4, &  $FG$  ad  $GD$ , vt 5 ad 11, eodem prorsus modo ostendemus  $CD$  ad  $DE$ , vt 3 ad 2, &  $B$  ad  $G$ , vt 5 ad 3.

IV. Dantur tres rationes  $B$  ad  $G$ , vt 8 ad 15;  $CD$  ad  $DE$ , vt 5 ad 7; &  $FG$  ad  $GD$ , vt 12 ad 11; debemus reliquas duas patefacere, hoc est  $AF$  ad  $FE$ , &  $AB$  ad  $BC$ . tab. 1.  
fig. 6.

Recta  $A$  ad  $A$ , pondus videlicet  $B$  ad  $C$ , componitur ex rationibus ponderum  $B$  ad  $G$  ad  $D$  ad  $C$ , restarum scilicet  $EG$  ad  $EB$ ,  $FD$  ad  $FG$ , &  $CE$  ad  $ED$ ; imò ex rationibus 15 ad 23 ad 12 ad 7; ergo  $A$  ad  $A$  est vt 15 ad 7, diuidendo verò est  $C$  ad  $B$ , vt 8 ad 7. Iam datis tribus proportionibus  $ED$  ad  $DC$ , vt 7 ad 5;  $FG$  ad  $GD$ , vt 12 ad 11; &  $C$  ad  $B$ , vt 8 ad 7; eo modo quo vsi sumus in prima parte secundi casus huius problematis, deprehendemus  $AF$  ad  $FE$  esse vt 3 ad 8.

V. Si verò cognitæ rationes erunt  $B$  ad  $G$ , vt 8 ad 15;  $AF$  ad  $FE$ , vt 5 ad 7; &  $DG$  ad  $GF$ , vt 12 ad 11; ostendemus similiter  $AB$  ad  $BC$  esse vt 8 ad 7; &  $CD$  ad  $DE$ , vt 3 ad 8.

VI. Habitis tribus rationibus  $EG$  ad  $GB$  æqualitatis,  $FG$  ad  $GD$ , vt 7 ad 3; &  $AB$  ad  $BC$ , vt 3 ad 2, debemus reperire reliquas duas  $AF$  ad  $FE$ , &  $CD$  ad  $DE$ . Componitur  $EC$  ad  $ED$ , pondus videlicet  $D$  ad  $C$  ex rationibus ponderum  $D$  ad  $G$  ad  $B$  ad  $C$ ; imò ex rationibus 7 ad 10 ad 5 ad 3; ergo  $EC$  ad  $ED$ , est vt 7 ad 3; at diuidendo  $CD$  ad  $DE$ , vt 4 ad 3; itaque datis tribus rationibus  $B$  ad  $G$  æqualitatis;  $CD$  ad  $DE$ , vt 4 ad 3; &  $FG$  ad  $GD$ , vt

# 20 STATICÆ CONSTRUCTIONIS

7 ad 3; dabitur etiam ex prima parte secundi casus ratio A F ad F E, eritque vt 1 ad 2.

VII. Sint datæ tres rationes A F ad F E, vt 1 ad 6; E D ad D C, vt 5 ad 4; & A B ad B C, vt 5 ad 6; debemus duas reliquas notificare, nempe F G ad G D, & E G ad G B. Componitur F G ad G D, pondus nempe D ad F ex rationibus grauium D ad C ad A ad F, rectarum videlicet E C ad E D; A B ad B C; & E F ad E A; hoc est ex rationibus 9 ad 5 ad 6 ad 7, quare F G ad G D est vt 9 ad 7.

Deinde E B ad E G, hoc est pondus G ad B componitur ex rationibus grauium G ad D ad C ad B, rectarum nimirum E D ad F G, E C ad E D, & A B ad A C; imò ex rationibus 16 ad 9 ad 5 ad 11; ergo E B ad E G est, vt 16 ad 11; diuidendo autem, erit B G ad G E, vt 5 ad 11.

VIII. Habitis tribus rationibus A F ad F E, rursus vt 1 ad 6, F G ad G D, vt 9 ad 7; E D ad D C, vt 5 ad 4; oportet reliquas investigare, duas scilicet A B ad B C, & E G ad G B. Componitur A B ad B C, hoc est graue C ad A ex rationibus grauium C ad D ad F ad A, rectarum nempe E D ad E C; F G ad G D; & E A ad F E; imò ex rationibus 5 ad 9 ad 7 ad 6; ergo A B ad B C est, vt 5 ad 6. Deinde quoniam pondus F - A ad pondus D - C componitur ex rationibus ponderum F - A ad F ad D ad D - C; rectarum scilicet A F ad A E, D G ad G F, & C E ad D C; imò ex rationibus 1 ad 7 ad 9 ad 4; erit F - A ad D - C, vt 1 ad 4; & componendo E ad D - C erit vt 5 ad 4; & quia D - C ad G componitur ex rationibus grauium D - C ad D ad G, hoc est rectarum D C ad C E, & F G ad F D; imò ex rationibus 4 ad 9 ad 16; erit D - C ad G, vt 4 ad 16; sed prius E ad D - C fuit, vt 5 ad 4; ergo ex æquali E ad G, hoc est B G ad B E erit, vt 5 ad 16; conuertendo autem, indeque diuidendo, erit E G ad G B, vt 11 ad 5, quod &c.

IX. Proponantur tres rationes C D ad D E, vt 4 ad 5; E G ad G B, vt 11 ad 5; & A B ad B C, vt 5 ad 6; oporteatque indagare reliquas duas. Componitur A F ad F E, pondus videlicet F - A ad A ex rationibus grauium F - A ad E ad B ad A, & quia E ad D - C constituitur ex rationibus grauium E ad B ad C ad D - C, rectarum scilicet B G ad G E; A C ad A B; & E D ad D C; imò ex rationibus numerorum 5 ad 11 ad 5 ad 4; erit pondus E ad D - C, vt 5 ad 4; sed per conuersionem rationis, indeque

con-



conuertendo, erit  $F-A$  ad  $E$ , vt  $1$  ad  $5$ ; sed rationes ponderum  $E$  ad  $B$  ad  $A$ , rectorum nimirum  $BG$  ad  $GE$ , &  $AC$  ad  $BC$  sunt deinceps vt  $5$  ad  $1$  ad  $6$ ; ergo ex æquali  $AF$  ad  $FE$  erit vt  $1$  ad  $6$ .

Similiter, quia  $FD$  ad  $GF$ , hoc est graue  $G$  ad  $D$ , componitur ex rationibus grauium  $G$  ad  $B$  ad  $C$  ad  $D$ , rectorum videlicet  $E$   $B$  ad  $EG$ ;  $A$   $C$  ad  $AB$ ;  $E$   $D$  ad  $EC$ ; seu ex rationibus  $16$  ad  $11$  ad  $5$  ad  $9$ ; erit  $FD$  ad  $GF$ , vt  $16$  ad  $9$ ; at diuidendo erit  $DG$  ad  $GF$ , vt  $7$  ad  $9$ .

X. Quod si denique dentur tres rationes  $AF$  ad  $FE$ , vt  $4$  ad  $5$ ;  $EG$  ad  $G$   $B$ , vt  $11$  ad  $5$ ; &  $CB$  ad  $BA$ , vt  $5$  ad  $6$ ; eodem ratiocinio manifestabimus  $CD$  ad  $DE$ , vt  $1$  ad  $6$ ; &  $FG$  ad  $GD$ , vt  $7$  ad  $9$ , quæ &c.

## PROP. XIII. THEOR. IV.

*Exposita eiusdem tertij elementi figura iungantur insuper due lineæ  $AD$ ,  $FC$ . Dico  $GD$  ad  $GF$  esse vt est pyramis, cuius basis triangulum  $EAD$ , & altitudo  $BC$  ad pyramidem, cuius basis triangulum  $CEF$ , atq; altitudo  $AB$ .*

Quoniam  $DG$  ad  $GF$ , pondus nimirum  $F$  ad  $D$  componitur ex rationibus  $F$  ad  $A$  ad  $C$  ad  $D$ , rectorum scilicet  $A$   $E$  ad  $EF$ ;  $C$   $B$  ad  $BA$ ;  $E$   $D$  ad  $EC$ , vel ex iisdem perturbatè, hoc est ex rationibus  $A$   $E$  ad  $EF$ ;  $E$   $D$  ad  $EC$ ; &  $C$   $B$  ad  $BA$ ; ex prioribus autem duabus componitur triangulum  $AED$  ad triangulum  $C$   $F$   $E$  (quod angulus ad  $E$  communis sit) erit  $DG$  ad  $GF$  compositum ex rationibus trianguli  $AED$  ad  $EFC$ , & rectæ  $CB$  ad  $BA$ ; hoc est  $DG$  ad  $GF$  est, vt pyramis, cuius basis triangulum  $AED$ , altitudoque  $BC$ , ad pyramidem, cuius basis triangulum  $EFC$ , & altitudo  $AB$ , quod est &c.

## COROLLARIUM.

*Constat, si  $CB$  fuerit æqualis ipsi  $AB$ , esse  $GD$  ad  $GF$ , vt triangulum  $EAD$  ad triangulum  $CEE$ .*

PROP.

## PROP. XIV. THEOR. V.

*Iisdem manentibus dico  $CB$  ad  $BA$  esse, ut est pyramis, cuius basis triangulum  $FEC$ , & altitudo  $GD$  ad pyramidem, cuius basis triangulum  $AED$ , altitudo verò  $GF$ .*

**R**ecta  $CB$  ad  $BA$ , pondus videlicet  $A$  ad  $C$ , componitur ex rationibus ponderum  $A$  ad  $F$  ad  $D$  ad  $C$ , rectarum videlicet  $EF$  ad  $EA$ ,  $GD$  ad  $GF$ , &  $EC$  ad  $ED$ , seu ex iisdem perturbatè sumptis, hoc est ex rationibus  $EF$  ad  $EA$ ,  $EC$  ad  $ED$ , &  $GD$  ad  $GF$ ; sed ex prioribus duabus componitur ratio trianguli  $FEC$  ad triangulum  $DEA$ , ut diximus in antecedenti theoremate; ergo  $CB$  ad  $BA$  componitur ex rationibus trianguli  $FEC$  ad triangulum  $DEA$ , & rectæ  $GD$  ad  $GF$ ; hoc est  $CB$  ad  $BA$  est ut pyramis, cuius basis triangulum  $FEC$ , & altitudo  $GD$  ad pyramidem, cuius basis triangulum  $DEA$ , & altitudo  $GF$ .

## COROLLARIUM.

*Manifestum est, quod, si  $GD$  fuerit equalis ipsi  $GF$ , habebit  $CB$  ad  $BA$  eandem rationem, quam habet triangulum  $FEC$  ad triangulum  $AED$ .*

## PROP. XV. THEOR. VI.

*Exposita figura tertij elementi ducantur insuper duæ lineæ  $AG$ ,  $BF$ , ostendendum est  $GD$  ad  $DF$  esse, ut est pyramis, cuius basis triangulum  $AEG$ , & altitudo  $BC$  ad pyramidem, cuius basis triangulum  $FEB$ , & altitudo  $AC$ .*

tab. 2.

fig. 17.

**Q**uoniam  $DG$  ad  $FD$ , pondus nimirum  $F$  ad  $G$  componitur ex rationibus gravium  $F$  ad  $A$  ad  $B$  ad  $G$ , rectarum videlicet  $AE$  ad  $EF$ ,  $CB$  ad  $CA$ , &  $EG$  ad  $EB$ ; ex his verò rationibus perturbatè sumptis, videlicet  $AE$  ad  $EF$ ,  $EG$  ad  $EB$ , &  $CB$  ad  $CA$ , componitur quoque ratio pyramidis, cuius basis triangulum  $AEG$ , & altitudo  $BC$  ad pyramidem, cuius basis triangulum  $FEB$ , & altitudo  $CA$ ; erit  $DG$  ad  $FD$ , ut dicta pyramis altitudinis  $CB$  ad aliam pyramidem altitudinis  $CA$ , quod erat &c.

PROP.



## PROP. XVI. THEOR. VII.

*Iisdem positis dico BC ad CA esse, ut est pyramis, cuius basis triangulum FEB, altitudo GD ad pyramidem, cuius basis triangulum EAG, & altitudo FD.*

Componitur ratio CB ad CA, ponderis videlicet A ad B, ex rationibus ponderum A ad F ad G ad B, restarum videlicet EF ad EA, DG ad DF, & EB ad EG, & ex iisdem etiam perturbatè sumptis, hoc est ex EF ad EA, EB ad EG, & DG ad DF; triangulum autem FEB ad triangulum AEG componitur ex rationibus FE ad EA, & EB ad EG (cum angulus AEB communis sit) ergo BC ad CA erit ut pyramis, cuius basis triangulum FEB, altitudo GD, ad pyramidem, cuius basis triangulum AEG, & altitudo DF, quod erat &c.

## PROP. XVII. PROB. X.

*Exposita quarti elementi figura, ex quinque verò rationibus de quibus in eodem elemento egimus, habitis tribus quibuscunque institutum est reliquas duas inuestigare.*

Habet hoc problema decem casus, veluti antecedens. tab. 2.  
fig. 18.  
I. Sint datæ tres rationes ED ad DC, vt 5 ad 4, GD ad DB, vt 6 ad 7, & FD ad DA, vt 1 ad 3 (in hoc tantum primo casu non debent esse inter se parallelæ duæ rectæ AC, EF) oportet igitur duas reliquas rationes indagare, hoc est AB ad BC, & EG ad GF.  
Cum igitur AC, EE parallelæ non sint, productæ convenient, vt in H; itaque quia in figura ACHFD primi elementi, cognite sunt duæ rationes ED ad DC, vt 5 ad 4; AD ad DF, vt 3 ad 1; manifestabimus etiam (ex primo casu sexti problematis) duas reliquas rationes, eritque EF ad FH, vt 11 ad 16; AC verò ad AH, vt 11 ad 20. Rursus in alia figura GFHBA'D eiusdem elementi habentur duæ rationes AD ad DF, vt 3 ad 1; BD ad DG, vt 7 ad 6; ergo, vt supra, dabimus reliquas duas, videlicet HF ad FG, vt 28 ad 11, & HA ad AB, vt 24 ad 11. Verum quia CA ad AB com-

componitur ex rationibus  $A C$  ad  $A H$  ad  $A B$ , numerorum videlicet  $11$  ad  $20$ , &  $24$  ad  $11$ , ex quibus componitur ratio  $66$  ad  $55$ ; erit  $CA$  ad  $AB$ , vt  $66$  ad  $55$ , & diuidendo,  $CB$  ad  $BA$ , vt  $11$  ad  $55$ , imò vt  $1$  ad  $5$ . Similiter quia  $EF$  ad  $FG$  componitur ex rationibus rectorum  $EF$  ad  $FH$  ad  $FG$ , videlicet numerorum  $11$  ad  $16$ , &  $28$  ad  $11$ , ex quibus fit ratio  $11$  ad  $6\frac{2}{3}$ , imò  $77$  ad  $44$ ; erit diuidendo  $EG$  ad  $GF$ , vt  $33$  ad  $44$ , seu vt  $3$  ad  $4$ .

II. Sit dicta figura quarti elementi quomodolibet supposita, habitisque tribus rationibus  $AB$  ad  $BC$ , vt  $5$  ad  $1$ ,  $BD$  ad  $DG$ , vt  $7$  ad  $6$ , &  $EG$  ad  $GF$ , vt  $3$  ad  $4$ , oporteat reliquas duas rationes indagare, nimirum  $ED$  ad  $DC$ , &  $FD$  ad  $DA$ . Componitur recta  $FD$  ad  $DA$ , pondus nempe  $A$  ad  $F$ , ex rationibus ponderum  $A$  ad  $B$  ad  $G$  ad  $F$ , rectorum videlicet  $CB$  ad  $CA$ ,  $GD$  ad  $DB$ , &  $EF$  ad  $EG$ , imò ex rationibus  $1$  ad  $6$  ad  $7$  ad  $3$ ; quare  $FD$  ad  $DA$  est, vt  $1$  ad  $3$ . Eadem ratione quia  $ED$  ad  $DC$ , hoc est graue  $C$  ad  $E$  componitur ex rationibus grauium  $C$  ad  $B$  ad  $G$  ad  $E$ , rectorum nempe  $AB$  ad  $AC$ ,  $GD$  ad  $DB$ , &  $EF$  ad  $GF$ ; imò ex rationibus  $5$  ad  $6$  ad  $7$  ad  $4$ ; erit  $ED$  ad  $DC$ , vt  $5$  ad  $4$ .

III. Cognitis tribus rationibus  $AD$  ad  $DF$ , vt  $3$  ad  $1$ ,  $FG$  ad  $GE$ , vt  $4$  ad  $3$ , &  $ED$  ad  $DC$ , vt  $5$  ad  $4$ , si suspendamus grauia iuxta tres illas notas rationes, consequemur duas reliquas  $AB$  ad  $BC$ , vt  $5$  ad  $1$ , &  $GD$  ad  $DB$ , vt  $6$  ad  $7$ .

IV. Idem fiet si tres rationes fuerint  $ED$  ad  $DC$ , vt  $3$  ad  $1$ ;  $CB$  ad  $BA$ , vt  $4$  ad  $3$ , &  $AD$  ad  $DF$ , vt  $5$  ad  $4$ , reperiemus enim  $EG$  ad  $GF$ , vt  $5$  ad  $1$ , &  $BD$  ad  $GD$ , vt  $6$  ad  $7$ .

tab. 2.  
fig. 19.

V. Habeantur tres rationes  $FG$  ad  $GE$ , vt  $4$  ad  $3$ ,  $ED$  ad  $DC$ , vt  $5$  ad  $4$ , &  $CB$  ad  $BA$ , vt  $1$  ad  $5$ ; debemus reperire reliquas duas  $BD$  ad  $DG$ , &  $FD$  ad  $DA$ , quod (nè obliuiscamur methodi, qua vsi sumus ab initio) sic præstabimus. Fiat vt  $3$  ad  $4$ , hoc est vt recta  $GE$  ad  $FG$ , ita pondus  $F 3$  ad pondus  $E 4$ ; atque vt  $CD$  ad  $DE$ , hoc est vt  $4$  ad  $5$ , ita pondus  $E 4$  ad pondus  $C 5$ ; & denique vt  $AB$  ad  $BC$ , hoc est vt  $5$  ad  $1$ , ita pondus  $C 5$  ad pondus  $A 1$ . Quoniam punctum  $B$  est centrum grauitatis grauium  $A 1, C 5$ ; Itemque  $G$  centrum grauitatis ponderum  $E 4, F 3$  erit in libra  $GD B$  centrum grauitatis omnium grauium  $A 1, C 5, E 4, F 3$ ; est autem  $D$  centrum grauitatis duorum grauium  $E 4, C 5$ ; ergo si possibile est vt ponamus aliquod aliud punctum  $h$ , vt centrum



trum grauium  $A_1, F_3$ , erit in recta  $DH$ , puta in  $I$  centrum grauitatis omnium grauium, & ideo (vt prius ostensum est) non foret in libra  $BDG$ , quia vnicum est, quod cum fieri nequeat debet idem punctum  $D$  esse centrum grauitatis omnium grauium, itemque grauium  $A_1, F_3$ , & grauium  $E_4, C_5$ ; propterea vt  $B_6$  ad  $G_7$ , ita recta  $GD$  ad  $DB$ , vtq;  $A_1$  ad  $F_3$ , ita  $FD$  ad  $DA$ .

VI. Quod si tres cognitæ rationes sint  $EG$  ad  $GF$ , vt  $4$  ad  $3$ ;  $FD$  ad  $DA$ , vt  $5$  ad  $4$ ; &  $AB$  ad  $BC$ , vt  $1$  ad  $5$ , eadem ratione cognoscemus reliquas duas  $GB$  ad  $DB$ , vt  $6$  ad  $7$ ; &  $ED$  ad  $DC$ , vt  $1$  ad  $3$ .

VII. Habitis tribus rationibus  $ED$  ad  $DC$ , vt  $1$  ad  $2$ ,  $AB$  ad  $BC$  æqualitatis, &  $GD$  ad  $DB$ , vt  $1$  ad  $3$ , oporteat reliquas duas inuestigare,  $EG$  scilicet ad  $GF$ , &  $AD$  ad  $DF$ . Componitur  $GF$  ad  $FE$ , pondus scilicet  $E$  ad  $G$ , ex rationibus grauium  $E$  ad  $C$  ad  $B$  ad  $G$ , rectarum videlicet  $CD$  ad  $CE$ ;  $AB$  ad  $AC$ ; &  $GD$  ad  $DB$ ; imò ex rationibus numerorum  $2$  ad  $1$  ad  $2$  ad  $6$ , quare  $GF$  ad  $FE$  est vt  $2$  ad  $6$ , conuertendo autem, indeque diuidendo, erit  $EG$  ad  $GF$ , vt  $2$  ad  $1$ . Rursus quia  $DF$  ad  $DA$ , pondus videlicet  $A$  ad  $F$  componitur ex rationibus grauium  $A$  ad  $C$  ad  $E$  ad  $F$ , rectarum videlicet  $CB$  ad  $BA$ ;  $ED$  ad  $DC$ ; &  $FG$  ad  $GE$ , seu ex rationibus  $1$  ad  $1$  ad  $2$  ad  $4$ ; erit  $DF$  ad  $FA$ , vt  $1$  ad  $4$ .

Alios verò tres casus eodem modo ostendemus; etenim huic septimo sunt similes. Constat igitur totum problema.

## COROLLARIUM.

Quod si angulus  $ADC$  intelligatur supra angulum  $EDF$ , linea  $AD$  in lineam  $ED$ ;  $BD$  in  $DG$ , &  $CD$  in  $DF$  cadet; linea verò  $ABC$  lineas  $ED$ ,  $GD$ ,  $FD$  secabit, ex quo fiet, vt figura elementi quarti transeat in illam tertij, & vicinversa hæc in illam, si in pristinam positionem angulus ille restituatur; quare si in figura elementi quarti pro rationibus  $ED$  ad  $DC$ ,  $FD$  ad  $DA$ , sumantur dua  $ED$  ad  $DA$ , &  $FD$  ad  $DC$ ; inde tres qualibet, vt diximus, data sint rationes reliquas quoque duas notificabimus; idemque præstabis in figura tertij elementi commutatis rationibus  $AE$  ad  $EF$ ,  $CD$  ad  $DE$  in rationes  $AE$  ad  $ED$ , &  $CE$  ad  $EF$ .

D

PROP.

## PROP. XVIII. THEOR. VIII.

*Posita eadem elementi quarti figura ducantur insuper lineæ EA, FC, dico GF ad GE, esse ut est pyramis, cuius basis triangulum FDC, altitudo verò AB ad pyramidem, cuius basis triangulum ADE, & altitudo GB.*

tab. 2.  
fig. 20.

Componitur proportio rectæ GF ad GE, illa nempe ponderis E ad F ex rationibus grauium E ad C ad A ad F, rectarum videlicet CD ad DE, AB ad BC, & FD ad DA, vel ex iisdem perturbatè acceptis, nempe ex CD ad DE, FD ad DA, & AB ad BC, hoc est ex rationibus trianguli FDC ad triangulum EDA, & ex recta AB ad BC; sed ex iisdem rationibus componitur pyramis, cuius basis triangulum FDC, altitudo verò AB ad pyramidem, cuius basis triangulum ADE, & altitudo BC; ergo ut prior pyramis ad hanc, ita GF ad GE, quod &c.

## COROLLARIUM.

*Patet, si recta AB equalis sit rectæ BC, esse triangulum FDC ad triangulum ADE, ut recta GF ad GE.*

## PROP. XIX. THEOR. IX.

*Exposita eadem figura quarti elementi ducamus insuper duas lineas EB, GC. Dico GF ad FE esse, ut est pyramis, cuius basis triangulum CDG, & altitudo AB, ad pyramidem, cuius basis triangulum BDE, & altitudo AC.*

tab. 2.  
fig. 21.

Componitur ratio GF ad FE, ponderis videlicet E ad G, ex rationibus grauium E ad C ad B ad G, rectarum videlicet CD ad DE, AB ad AC, & GD ad DB; vel ex iisdem perturbatè acceptis, nempe ex rationibus CD ad DE, GD ad DB, AB ad AC, hoc est ex triangulo CDG ad triangulum EDB; & ex recta AB ad AC; ex his verò rationibus componitur ratio pyramidis, cuius basis triangulum CDG, altitudo AB, ad pyramidem, cuius basis triangulum EDB, & altitudo AC; ergo ut illa ad istam pyramidem, ita GF ad FE, quod &c.

PROP.



## PROP. XX. PROB. XI.

*Exposita quinti elementi figura, & ex sex rationibus, de quibus in eodem elemento egimus datis tribus quibuscunque reliquas duas inuenire.*

**P**roblema hoc habet viginti casus; nam multiplicato 6 in 5 fit 30, ex cuius dimidio 15 ducto in 4 fit 60; huius tertia pars est 20, numerus scilicet omnium ternariorum prouenientium ex numero 6.

I. Sint datæ tres rationes CD ad DE, vt 12 ad 8, EF ad FG, vt 4 ad 12, & GH ad HA, vt 8 ad 4; debemus reliquas tres inuestigare. Vt factum est in elemento quinto suspendamus ex angulis CEGA grauias CEGA, ita vt pondera sint inter se reciproce, vt sunt longitudines ex quibus pendent; Itaque si C ponderabit vt 4, ponderabit E vt 6, quia ED ad DC est, vt 8 ad 12, vel 4 ad 6. Eadem rationem existente E vt 6, erit G vt 2; nam GF ad FE est vt 12 ad 4, seu 6 ad 2; & denique si G fuerit 2 erit A 4; est enim AH ad HG, vt 4 ad 8, imò vt 2 ad 4; quare C erit 4, E 6, G 2, & A 4; est verò (vt potè figura elementi quinti) AB ad BC, vt pondus C 4 ad pondus A 4; ergo AB ad BC erit vt 4 ad 4, videlicet æqualitatis; deindè HI ad ID, vt pondus D 10 ad pondus H 6, hoc est vt 10 ad 6; & pariter BI ad IF, vt graue F 8 ad B 8, nempe vt 8 ad 8, seu æqualitatis, & ideo manifestauimus tres reliquas rationes AB ad BC æqualitatis, quemadmodum BI ad IF, & HI ad ID, vt 10 ad 6, vel 5 ad 3.

II. III. IV. Si verò tres datæ rationes fuerint EF ad FG; GH ad HA; AB ad BC: vel GH ad HA; AB ad BC, & CD ad DE: vel AB ad BC; CD ad DE; EF ad FG, eodem modo, vt supra, abfoluemus problema.

V. Sint datæ tres rationes AB ad BC, vt 5 ad 6; BI ad IF æqualitatis; & GF ad FE, vt 8 ad 3; oporteatq; reliquas notificare. Suspendamus ex angulis grauias CEGA, vt docet elementum quintum, erit ergo vt AB ad BC, hoc est vt 5 ad 6, ita graue C ad A; si igitur C pendit 5, A pendet 6. Deindè quia vt FI ad IB, id est, vt 1 ad 1, ita pondus B 11 ad F, erit F quoque 11; est autem GF ad FE, vt 8 ad 3; & componendo GE ad FE, vt 11 ad 3, in

D 2

qua

qua proportione est etiam pondus  $F$  ad  $G$ ; ergo cum  $F$  pendat  $11$ , pendet  $G$   $3$ , & reliquum pondus  $E$   $8$ ; itaque statim habentur reliquæ, hoc est  $HI$  ad  $ID$ , ut pondus  $D$   $13$  ad pondus  $H$   $9$ ; itemque  $AH$  ad  $HG$ , ut graue  $G$   $3$  ad graue  $A$   $6$ , & denique  $CD$  ad  $DE$ , ut graue  $E$   $8$  ad graue  $C$   $5$ .

VI. Quod si tres datæ rationes fuerint eædem quas modò manifestauimus, dabimus reliquas tres eodem modo.

VII. Dentur tres rationes  $G$   $F$  ad  $FE$ , ut  $6$  ad  $5$ ,  $HI$  ad  $ID$ , ut  $13$  ad  $9$ , &  $FI$  ad  $IB$ , ut  $11$  ad  $11$ , videlicet æqualitatis, debemus reliquas etiam inuestigare. Quoniam ut  $G$   $F$  ad  $FE$ , ita pondus  $E$  ad  $G$ ; est verò  $G$   $F$  ad  $FE$ , ut  $6$  ad  $5$ ; si ergo ponatur pondus  $E$  esse  $6$ , erit  $G$   $5$ ; deinde quia ut  $BI$  ad  $IF$ , inò ut  $11$  ad  $11$ , ita  $F$  pondus ad  $B$ ; estque  $F$   $11$ , ergo  $B$  erit pariter  $11$ , quare pondus  $I$  erit  $22$ ; est autem  $HI$  ad  $ID$ , ut  $13$  ad  $9$ ; ergo componendo  $HD$  ad  $DI$ , hoc est pondus  $I$  ad  $H$ , erit ut  $22$  ad  $9$ ; & ideò cum pondus  $I$  sit  $22$ , erit graue  $H$   $9$ ; est autem pondus  $I$   $22$  æquale ponderibus  $H$   $9$ , &  $D$ , igitur  $D$  erit  $13$ ; similiter quia  $H$   $9$  est æquale duobus ponderibus  $G$   $5$ , &  $A$ ; &  $D$   $13$  æquale duobus ponderibus  $E$   $6$ , &  $C$ , erit  $A$   $4$ , &  $C$   $7$ ; eritque propterea  $AB$  ad  $BC$ , ut pondus  $C$   $7$  ad pondus  $A$   $4$ ;  $GH$  ad  $HA$ , ut pondus  $A$   $4$  ad pondus  $G$   $5$ , & denique  $ED$  ad  $DC$ , ut pondus  $C$   $7$  ad  $E$   $6$ .

VIII. IX. X. Si verò tres datæ rationes fuerint  $AB$  ad  $BC$ ,  $HI$  ad  $ID$ ,  $BI$  ad  $IF$ : vel tres  $CD$  ad  $DE$ ,  $BI$  ad  $IF$ , &  $DI$  ad  $IH$ : aut tres  $GH$  ad  $HA$ ,  $FI$  ad  $IB$ , &  $HI$  ad  $ID$ ; eodem ratiocinio problemati satisfaciemus.

XI. Sint vltèrius datæ tres aliæ rationes  $GH$  ad  $HA$ , ut  $5$  ad  $17$ ,  $FI$  ad  $IB$ , ut  $7$  ad  $16$ , &  $G$   $F$  ad  $FE$ , ut  $15$  ad  $17$ , oportet reliquas tres indagare.

Quia, ut  $GH$  ad  $HA$ , hoc est ut  $5$  ad  $17$ , ita pondus  $A$  ad  $G$ , si graue  $A$  sit  $5$ , graue  $G$  erit  $17$ . Item cum  $EF$  ad  $FG$ , hoc est  $17$  ad  $15$ , sit ut pondus  $G$  ad  $E$ , & pondus  $G$  sit  $17$ , pondus  $E$  erit  $15$ ; & denique, quia  $BI$  ad  $IF$ , hoc est  $16$  ad  $7$ ; vel  $32$  ad  $14$  est ut pondus  $F$  ad  $B$ , cumque  $F$  sit  $32$ , erit  $B$   $14$ ; sed  $B$   $14$  est pondus grauium  $A$   $5$ , &  $C$ ; ergo  $C$  erit  $9$ , atque adeò  $CD$  ad  $DE$  erit ut pondus  $E$   $15$  ad pondus  $C$   $9$ ; similiter  $AB$  ad  $BC$  erit ut  $C$   $9$  ad  $A$   $5$ ; & denique  $HI$  ad  $ID$  erit ut  $D$   $24$  ad  $H$   $22$ .

XII. XIII. XIV. XV. XVI. XVII. XVIII. Septem alij casus huic prædicto similes eodem modo soluantur.

XIX.



XIX. Sint datæ rationes GF ad FE, vt 8 ad 9, HI ad ID, vt 15 *tab. 2.*  
ad 19, & AB ad BC, vt 7 ad 10. *fig. 23.*

Cauendum tamen est, si tres GE, HD, AC, fuerint parallelæ,  
ne aliæ tres GA, FB, EC sint æquidistantes.

**H**unc casum resoluemus algebricè per secundas radices hoc  
pactò.

Quoniam vt GF ad FE, ita pondus E ad G, si ponatur E  $\mathfrak{R} 1$ , erit  
G  $\mathfrak{R} 1 \frac{1}{8}$ . Item quia AB ad BC, est vt pondus C ad A, si volueri-  
mus vt C pendat A 1, A pendet A  $1 \frac{1}{7}$ , & quia HI ad ID est vt  
pondus D ad H, ponitur verò D vt 15, erit H vt 19, verum quia  
19, pondus nimirum H æquatur duobus ponderibus GA, hoc est  
 $\mathfrak{R} 1 \frac{1}{8} + A 1 \frac{1}{7}$ ; & D æquale est duobus CE, hoc est 15, nimirum  $\mathfrak{R} 1$   
 $+ 1 A$ ; erit vt 19 ad 15, ita  $\mathfrak{R} 1 \frac{1}{8} + A 1 \frac{1}{7}$  ad  $\mathfrak{R} 1 + 1 A$ ; quare  
productum ex medijs, æquale erit ei quod ex extremis, nempe  
 $\mathfrak{R} 19 + 19 A$  æquale erit  $\mathfrak{R} 16 \frac{1}{8} + A 21 \frac{1}{7}$ ; ablatiſq; communiter  
 $\mathfrak{R} 16 \frac{1}{8} + 19 A$  relinquetur æquatio inter  $\mathfrak{R} 2 \frac{1}{8}$ , &  $A 2 \frac{1}{7}$ ; & si fiat  
vt  $A 2 \frac{1}{7}$  ad  $\mathfrak{R} 2 \frac{1}{8}$ , ita A 1 ad alium numerum prodibit  $\mathfrak{R} \frac{119}{136}$ , pretiũ  
vnius  $\frac{7}{8} A$ , & idcirco  $\mathfrak{R} 1 \frac{119}{136}$ , hoc est  $\mathfrak{R} \frac{255}{136}$ , æqualis erit nu-  
mero absoluto 15, aggregato vid. duorum  $\frac{136}{136}$  granium CE, hoc  
est  $\mathfrak{R} 1 + A 1$ . Diuiso igitur 15 per fractionem  $\frac{255}{136}$  exit absolutus  
numerus  $\frac{1040}{255}$ , hoc est 8 pretium vnius radices, & propterea graue  
E, quod  $\frac{255}{136}$  ponebatur  $\mathfrak{R} 1$ , erit 8; & G  $\mathfrak{R} \frac{136}{8}$  erit 9. Deinde quia (vt  
diximus superius) pōdus D æquatur duobus EC, hoc est 15, erit  
E 8, & C 7, quare A 1 est 7; igitur A nimirum  $A 1 \frac{1}{7}$  erit 10: quod  
cum ita sit, erit GH ad HA, vt pondus A 10 ad 7 pondus G 9;  
CD verò ad DE, vt pondus E 8 ad pondus C 7; & denique FI ad  
IB, vt B 17 ad pondus F 17, quod erat &c.

XX. vltimò. Si datæ rationes fuerint GH ad HA, FI ad IB, &  
ED ad DC, supposita figura, vt dictum est, erit hic casus similis  
præcedenti XIX., atque adeo tres reliquas, simili artificio, ape-  
riemus.



PROP.

## PROP. XXI. THEOR. X.

*Exposita secundi elementi figura iungatur insuper DB, quæ secet AK in L. Dico BL ad LD esse ut pondus D ad B; KL verò ad LA ut duplum ponderis G ad pondus K.*

tab. 2.  
fig. 24.

Intelligentur in A suspensa duo pondera G. Quoniam D est centrum duorum grauium IG, itemque B centrum duorum HG, erit in libra DB centrum grauitatis omnium grauium IGH. Pariter quia K est centrum duorum grauium IH, & in A est duplum ponderis grauis G, erit in libra AK centrum omnium grauium IHGG; quod cum vnicum sit, in communi sectione L librarum DBK A existet, & ideo ut BL ad LD, ita pondus D ad pondus B; atq; ut AL ad LK, ita pondus K ad duplum G, quod &c.

## PROP. XXII. THEOR. XI.

*Dua lineæ AB, BC comprehendentes angulum B secent alias duas lineas AD, DC comprehendentes angulum D, secent, inquam, in punctis AC, sintque lineæ CB, BA, AD, DC ita diuise in punctis FGH, ut ratio DE ad EC componatur ex rationibus BF ad FC, AG ad GB, & DH ad HA. Dico iunctas HF, GE se inuicem secare, puta in I, ideoque in uno plano existere: hoc autem ut constet, suspendere oportebit ex punctis ABCD grauia LMNK, ita ut GL ad IE sit ut duo grauia KN ad duo LM; & HI ad IF, ut duo MN ad duo LK, quod sic præstabimus.*

tab. 3.  
fig. 25.  
26. 27.

Fiat ut BF ad FC, ita graue N ad M; ut AG ad GB, ita M ad L; & ut DH ad HA, ita L ad K. Pondus N ad K componitur ex rationibus grauium N ad M ad L ad K, videlicet ex rationibus rectarum BF ad FC, AG ad GB, & DH ad HA; ex iisdem verò componitur DE ad EC; ergo ut DE ad EC, ita N ad K. Cum igitur E sit centrum libræ CD, hoc est grauium NK; & G centrum grauium LM, erit in libra GE centrum omnium grauium KNLM; eademque ratione cum H sit centrum grauium LK, & F sit centrum grauium MN, erit item in libra HF centrum omnium grauium LKMN in eadem prioripositione, quod cum vnicum sit,

ne-



necesse est, vt libræ, seu lineæ GE, HF se inuicem secant, vt in I, eritque hoc centrum vtriusque libræ, & propterea vt HI ad IE, ita duo grauiâ MN ad duo LK; similiter vt recta GI ad IE, ita duo grauiâ KN ad duo grauiâ LK, quod &c.

## PROP. XXIII. THEOR. XII.

Sit pyramis, cuius vertex G, basis autem triangulum AEC; & descripta in triangulo EGC secundi elementi figura, qualis est EIGLCDK, iungamus duas lineas AI, AL; sumpto autem in AG quolibet puncto N, ducamus NE secantem AI in H, & NC secantem AL in M; actisque insuper lineis GHF, GMB, intelligamus iunctas esse CF, AD, EB. Dicoprius has lineas in eodem puncto veluti P sese inuicem secare; præterea conceptis intra pyramidem lineis AK, EM, CH, GP, FL, IB, ND, has quoque sibi ipsis in eodem simul puncto O occurrere.

Vt autem hæc liquidò conslent suspendemus de more ex angulis eiusdem pyramidis in ratione reciproca longitudinum grauiâ RS QT; quo posito tria quælibet ad reliquum, vel duo quauis ad reliqua, siue duo quælibet ad vnum, aut tandem vnum ad vnum erunt inter sese reciprocè mira quadam concordia, vt longitudines ex quibus pendent.

**F**iat vt GI ad IE, ita pondus Sad Q, vt CL ad LG, ita pondus Qad T, atque vt AN ad NG, ita pondus Qad R; sitque R in A, S in E, T in C, & Q in G; quia in elemento secundo cuius grauiâ SQT, & centrum K, est GI ad IE, vt pondus Sad Q, CL verò ad LG, vt Qad T, erit ex prob. 2. Etiam CD ad DE, vt Sad T, eademque ratione in elemento secundo, cuius grauiâ sunt RQS, erit EF ad FA, vt Rad S. Pariter in elemento secundo, cuius grauiâ RQT, & centrum Merit recta AB ad BC, vt pondus T ad R; igitur cum EF ad FA sit vt Rad S, CD ad DE, vt Sad T, & AB ad BC, vt T ad R; lineæ EB, AD, CF secabunt sese in eodem puncto veluti P: fiet autem ex ipsis vnâ cum triangulo AEC elementum secundum, cuius grauiâ RST, & centrum P; quare in linea GP erit centrum grauitatis omnium grauium RSTQ; & pariter quia H est centrum grauitatis grauium RSQ; K grauium SQT, & M grauium RQT, erit idem centrum grauium RSTQ in

unaquaque librarum AK, EM, CH; at quia unicum illud est, linea GP, AK, EM, CH occurrent sibi ipsis in eodem puncto O, nempe in centro gravitatis gravium omnium RSTQ. Deinde quia L est centrum gravitatis gravium QT, & F gravium RS, erit in libra FL punctum O, utpotè centrum gravitatis gravium RSTQ: idem dic de libris IB, DN; omnes igitur libræ, seu lineæ GP, AK, EM, CH, FL, IB, DN, sibi ipsis in eodem puncto O communi centro occurrent; & idè ut CO ad OH, ita tria gravia RQS, hoc est pondus H ad C; ut EO ad OM, ita pondus M, tria videlicet gravia RQT ad S; ut AO ad OK, ita pondus K, gravia videlicet SQT ad R; & ut OG ad OP, ita pondus P, seu gravia STR ad Q; item ut pondus L ad F, hoc est gravia QT ad RS, ita FO ad OL; ut pondus N ad D, gravia nempe RQ ad ST, ita DO ad ON; & ut pondus I ad B, gravia nimirum QS ad RT, ita BO ad OI. Reliquæ verò rationes ex secundis elementis, quorum centra HMKP innotescunt, & idè totum propositum manifestum est.

## PROP. XXIV. THEOR. XIII.

*Sit pyramis, cuius vertex E, & basis quodlibet quadrilaterum CBAD; ductisque intratriangulum BEC, tribus rectis se invicem secantibus in eodem puncto N, ut sunt lineæ BNK, CNO, ENP, adeò ut fiat figura secundi elementi; iungantur AO, DK, & in triangulis BEA, CED perficiantur dua figura eiusdem elementi BOEFARQ, & CKEGDML; iunctis verò lineis AG, DF secantibus sese in H producaturs EH in I, & iungantur dua lineæ IP, RM, ut sibi ipsis occurrant in puncto S. Demùm intelligantur intra pyramidem lineæ ES, QM, HP, LR, NI; dico has secari in eodem puncto veluti T. Ut autem hoc demonstremus suspendemus, ut factum est in præcedenti, ex angulis eiusdem pyramidis quinque pondera  $\Phi$  V X Z R, quorum duo qualibet ad reliqua; vel duo ad duo, aut duo ad unum, siue unum ad unum, vel unum ad quatuor erunt reciproce inter se, ut longitudo earum librarum ex quibus pendent.*

tab. 3. **F**iat ut DG ad GE, ita pondus R ad  $\Phi$ , ut CK ad KE, ita R ad Z;  
fig. 29. atque ut AF ad FE, ita R ad V. Iam quia in quatuor singulis figuris elementi secundi, quas in superficie pyramidis, basi excepta, con-



construximus, tria pondera adprauimus iuxta leges secundi elementi, erit  $BR$  ad  $RA$ , vt pondus  $V$  ad  $\dagger$ ;  $CP$  ad  $PB$ , vt  $\dagger$  ad  $Z$ , &  $DM$  ad  $MC$ , vt  $Z$  ad  $X$ . Quare cum  $DI$  ad  $IA$ , hoc est pondus  $V$  ad  $X$  componatur ex rationibus ponderum  $V$  ad  $\dagger$  ad  $Z$  ad  $X$ , rectarum videlicet  $BR$  ad  $RA$ ,  $CP$  ad  $PB$ , &  $DM$  ad  $MC$ , erit  $AR$   $BPCMDIAS$  figura elementi quinti, cuius graua  $V \dagger ZX$ ; itaque cum in  $S$  sit centrum illorum, & in  $E$  sit graue  $R$ , erit in linea  $ES$  centrum grauitatis omnium grauium  $V \dagger ZX R$ . Rursus quia in  $R$  est centrum grauium  $V \dagger$ , atque in  $L$  centrum grauium  $R ZX$ , erit item in libra  $RL$  centrum omnium grauium  $V \dagger ZX R$  in eadem priori positione, quod cum vnicum sit, existatque eadem ratione in libris pariter  $NIQMHP$ , necesse est, vt ad inuicem secentur omnes dictæ lineæ  $ES, LR, NI, QM, HP$ , in eodem puncto, veluti  $T$ , quod cum sit simul centrum earundem librarum, constat  $RT$  ad  $TL$  esse vt tria graua  $Z R X$  ad duo  $V \dagger$ ;  $IT$  ad  $TN$ , vt tria graua  $\dagger R Z$  ad duo  $VX$ ;  $MT$  ad  $TQ$ , vt tria  $\dagger V R$  ad duo  $ZX$ ;  $HT$  ad  $TP$ , vt duo  $\dagger Z$  ad tria  $V R X$ ; & demum  $ET$  ad  $TS$ , vt quatuor  $V \dagger ZX$  ad  $R$ ; Reliquæ verò rationes ex elementis secundo, & quinto manifestæ sunt; patet ergo propositum.

## PROP. XXV. THEOR. XIV.

*Sit pyramis, cuius vertex  $M$ , basis autem triangulum  $AEC$ , & ducta  $\dagger H$ , quæ secet  $EM$  in  $\dagger$ , atque  $AM$  in  $H$ , ab eodem quomodolibet assumpto puncto  $K$  iungamus duas lineas  $KH, K \dagger$ ; linea verò  $MF$  secet  $H \dagger$  in  $G$ ; item  $MB$  secet  $HK$  in  $I$ , &  $MD$  secet  $K \dagger$  in  $L$ ; iunctisque  $FB, AD$  sibi occurrentibus in  $O$ , agantur rectæ  $HL, IG, MO$ . Dico has se inuicem secare, vt in  $R$ ; graua verò suspensa ex angulis seruabunt, vt in precedentibus, illam concordiam rationum.*

**F**iat vt  $CB$  ad  $BA$ , ita pondus  $P$  ad  $Q$ , vt autem  $ED$  ad  $DC$ , ita  $Q$  ad  $R$ , vt verò  $AF$  ad  $FE$ , ita  $R$  ad  $S$ ; quo posito punctum  $O$  erit centrum grauitatis ponderum  $SPQR$ . Deindè vt  $MK$  ad  $KC$ , ita fiat pondus  $Q$  ad  $V$ , & vt  $M \dagger$  ad  $\dagger E$ , ita  $R$  ad  $X$ ; eritq; similiter punctum  $L$  centrum grauitatis grauium  $RQVX$ ; Demum vt  $MH$  ad  $HA$ , ita ponatur pondus  $S$  ad  $Z$ , &  $P$  ad  $T$ , & erit  $G$  pariter centrum grauitatis grauium  $RXZS$ ,  $I$  verò grauium  $PTVQ$ , &  $H$  grauium  $SZTP$ ; Quamobrem perspicuum est in vnaquaque librarum  $HL, IG, MO$  existere centrum grauitatis grauium omnium suspensorum, quod cum vnicum sit, necesse

E

est

# 34 STATICÆ CONSTRUCTIONIS

est ut se inuicem in eodem puncto veluti & secant; est autem huiusmodi centrum illud etiam earundem librarum; ergo constat propositum.

## PROP. XXVI. THEOR. XV.

Sit pyramis, cuius vertex  $H$ , & basis triangulum  $AEC$ ; productis vero planis triangulorum  $AHE$ ,  $EH C$ ,  $CHA$  ultra punctum  $H$  secantur hac alio plano; sintque horum planorum communes sectiones lineæ  $AHI$ ,  $CHN$ ,  $EHL$ ,  $NL$ ,  $NI$ ,  $IL$ ; & constructa in basi propositæ pyramidis figuræ elementi secundi  $A F E D C B G$ , iungantur lineæ  $FH$ ,  $DH$ ,  $BH$ , quæ productæ occurrant lateribus oppositi trianguli; itaque occurrant in punctis deinceps  $KMO$ , & iungantur lineæ  $NK$ ,  $IM$ ,  $LO$ ; Dico has in eodem puncto  $P$  se inuicem secare, & insuper, si iuncta  $GH$  producat, occurrere triangulo opposito, in prædicto puncto  $P$ . Hoc vero, ut manifestum fiat suspendemus ex angulis duorum triangulorum  $NLI$ ,  $AEC$  in ratione reciproca longitudinum, pondera  $QSRXVT$ , quæ ita sibi inuicem pulcherrimè respondebunt, ut unum ad unum, vel duo ad unum, aut duo ad duo, vel tria ad tria, sint inter sese, ut sunt reciproce longitudines ex quibus pendent.

tab. 3.  
 fig. 31.

**F**iat ut  $ED$  ad  $DC$ , ita pondus  $R$  ad  $S$ ; ut  $AF$  ad  $FE$ , ita  $S$  ad  $Q$ ; ut  $NH$  ad  $HC$ , ita  $R$  ad  $X$ ; ut  $LH$  ad  $HE$ , ita  $S$  ad  $V$ ; & ut  $IH$  ad  $HA$ , ita  $Q$  ad  $T$ ; sit autem  $R$  in  $C$ ,  $S$  in  $E$ ,  $Q$  in  $A$ ,  $T$  in  $I$ ,  $V$  in  $L$ , &  $X$  in  $N$ ; Quoniam igitur  $ED$  ad  $DC$  est ut  $R$  ad  $S$ , &  $AF$  ad  $FE$ , ut  $S$  ad  $Q$ , erit  $G$  centrum grauium  $QSR$ , &  $B$  centrum ipsorum  $QR$ . Et quia  $IH$  ad  $HA$  est, ut  $Q$  ad  $T$ ;  $AB$  ad  $BC$ , ut  $R$  ad  $Q$  (cum  $B$  sit centrum grauium  $QR$ ) &  $NH$  ad  $HC$ , ut  $R$  ad  $X$ , erit, ex quarto problemate, punctum  $O$  centrum grauium  $XT$ . Eadem ratione quia  $F$  est centrum grauitatis grauium  $QS$ ,  $H$  grauium  $QT$ , &  $SV$ , erit  $K$  centrum grauium  $VT$ . Pariter cum  $D$  sit centrum grauium  $SR$ ;  $H$  vero  $R X$ , &  $SV$ , erit  $M$  centrum grauium  $XV$ , & propterea iunctæ lineæ  $NK$ ,  $IM$ ,  $LO$  in eodem puncto  $P$  se inuicem secabunt, eritque illud centrum grauium  $XVT$ ; est autem punctum  $H$  centrum grauium  $SV$ ,  $R X$ ,  $QT$ , omnium videlicet  $SVR XQT$ , &  $G$  centrū grauiū  $QSR$ , producta igitur libra  $GH$  transibit per  $P$  centrum reliquorum grauium  $XVT$ ; eritq;  $GH$  ad  $HP$ , ut tria grauia  $XVT$  ad tria  $QSR$ , & sic de alijs enunciatis rationibus.

STA-



# STATICÆ CONSTRUCTIONIS LIBER SECVNDVS.

## LEMMA I.

*Si qualibet figura rectilinea, circulo, vel ellipsi, ita fuerit circumscripta, ut singula eius latera prædictum circum, aut ellipsim tangant; sic ipsa latera per contactus diuidentur, ut ratio partium vnius, ex rationibus partium similiter sumptarum reliquorum deinceps laterum componatur.*



IT circa circum, vel ellipsim BDF, triangulum ECA, vel quadrilaterum ACEG; seu quodlibet aliud polygonum; puncta verò contactus sint BD F+. Ostendendum est CD ad DE, in triangulo componi ex rationibus AF ad FE, & CB ad BA; sed in quadrilatero, ex tribus rationibus GF ad FE, A+ ad +G, & C. B ad BA.

tab. 4.  
fig. 32.  
33. 34.

In circulo tangens DC æqualis est CB; BA ipsi AF; & FE ipsi ED; (si figura circumscripta triangulū sit) ergo quia CD ad DE componitur ex rationibus DC ad CB; CB ad BA; BA ad AF; AF ad FE; FE ad ED; si auferantur rationes æqualitatis DC ad CB; BA ad AF; FE ad ED, remanebit composita ex duabus tantum rationibus CB ad BA; AF ad FE, vel ex iisdem perturbatè acceptis; nempe AF ad FE, & C. B ad BA. Eadem ratione demonstrabimus in quadrilatero, quod circumscriptum est circulo, rationem CD ad DE componi ex rationibus GF ad FE; A+ ad +G, & C. B ad BA: quare manifestum est id, quod proposuimus, quoties triangulum, seu quadrilaterum, vel quolibet aliud polygonum fuerit circa circum.

Sed si fuerit circa ellipsim, fieri potest, ut cylindrum aliquem inueniamus, cuius eadem proposita ellipsis sit sectio (hoc autem inferius demonstrabimus) huius itaque cylindri basis sit circulus

tab. 4.  
fig. 35.

E 2

GLI,

Prop. 19.

l. 6. Euclidis restituti à Io: Alphonso Borelio.

Schol. pr.

2. lib. 4. eiusdem Borelij.

GLI, dicta verò ellipsis sit sectio cylindri, quam indicent literæ FDB, cui circumscriptum sit triangulum EAC; à contactibus verò FDB circumscriptæ figuræ cadant in puncta GIL circumferentiæ, lineæ FG, DL, BI; deinde plana ducamus per EA, FG, AC, BI, & EC, DL, hæc tangent cylindri superficiem secundum lineas FG, DL, BI. Producto demum basis plano sint omnes horum planorum communes sectiones ME, AH, CK; itemque MGH, HIK, KLM. Et quia priora plana ducta sunt per lineas FG, BI, DL, quæ inter sese sunt æquidistantes, erunt & eorum planorum communes sectiones, veluti AH, CK, EM inter se, & lateribus prædictis FG, BI, DL parallelæ; ideoq; erit AF ad FE, vt HG ad GM, CB ad BA, vt KI ad IH, & CD ad DE, vt KL ad LM; componitur verò, in circulo GLI, ratio KL ad LM ex rationibus HG ad GM, & KI ad IH; ergo etiam CD ad DE componitur ex rationibus AF ad FE, & CB ad BA. Similiter ostendimus in quadrilatero CBA + GFED, rationem CD ad DE componi ex rationibus EF ad FG; A + ad + G; & CB ad BA. Eodem processu utemur, si circumscripta sit figura quælibet alia, quod erat Sc.

### LEMMA II.

*Reliquum est ut ostendamus id, quod in superiori lemmate assumpsimus; proposita videlicet qualibet ellipsi, puta FDB +, cylindrum quendam reperire, ipsumque plano sic abscindere, ut facta sectio, similis, & æqualis sit propositæ ellipsi.*

tab. 4.

fig. 36.

SIT axis propositæ ellipsis lineæ +D, secunda verò diameter FB, cui sumatur æqualis AC, circa quam describatur circulus AC; iam quilibet Cylindrus rectus, non autem Scalenus, super dictum circulum, tanquam basim constitutus, erit quæsitus. Ponamus illum esse, cuius parallelogramum per axem sit AMG C, & ipsius diagonalis GA maior sit axe +D, latus verò GM sit minus axe; ergo si centro G, intervallo lineæ GE æquali +D, circulus describatur, diuidet eiusdem circuli circumferentia lineam AM; sit ideo sectionis punctum E, & iuncta GE producat ad partes basis, vt secet AC productam in O, à quo puncto agamus lineam ON in eodem circuli plano perpendicularem ad



## LIBER SECVNDVS.

37

ad OC, perque lineas ON, GEO, ducto plano, fiat in cylindro sectionio GIEH, quæ cum ellipsis sit, ostendemus etiam esse similem, & æqualem propositæ F $\clubsuit$ BD. Diuidamus enim rectam EG bifariam in P, per quod utpote centrum ellipsis transeat vsque ad cylindri superficiem ex utraque parte producta recta IPH parallela NO, erit hæc propterea ordinatim applicata, & ad rectos angulos ad axem EG, & ideo linea IPH dicetur secunda diameter, quæ quidem æqualis erit ipsi AC, seu FB. Iam si concipiamus ellipsim EIGH superpositam ellipsi DF $\clubsuit$ B, ita ut congruat linea  $\clubsuit$ D lineæ GE, congruet etiam linea FB ipsi IH, atque adeo (quod etiam ostendemus) ellipsis ellipsi coaptabitur, quod &c.

ex Sereno  
de sectione  
cylindri.

ex eodem  
Sereno.

## LEMMA III.

*Si, concepta ellipsi super ellipsim, duæ coniugatae diametri unus, duabus alterius congruerint; erunt ellipses prædictæ inter se similes, & æquales.*

Def. 1.  
conicor.

**S**IT ellipsis FABCE superposita ellipsi BACED, quarum coniugatae diametri AEBC communes sint. Dico sectiones istas sibi inuicem congruere; Nam si fieri potest assignetur aliquod punctum veluti F, quod sit in vna tantum ellipsi. Ordinatim applicetur ad diametrum EA linea FDG secans alteram ellipsim in D, dictamque diametrum in G: inde à puncto E constituamus ad rectos angulos ipsi AE rectam EH tertiam proportionalem duarum EA, BC; Erit igitur EH latus rectum, & EA transuersum; verum quia tam applicata FG, quam DG potest idem rectangulum GEH deficiens figura simili, & similiter posita ei quæ lineis AE, EH continetur, erunt dictæ duæ applicatae, propter ellipticas sectiones, longitudine etiam inter se æquales, totum scilicet parti, quod est absurdum; quare non potest assignari punctum, quod in utraque ellipsi non existat, atque adeo prædictæ ellipses similes, & æquales inter se erunt, quod &c.

tab. 4.  
fig. 37.

15. l. 1.  
conic.



PROP.

## PROP. I. THEOR. I.

*Si circulo, vel ellipsi fuerit circumscriptum quodlibet triangulum; rectæ lineæ à contactibus deductæ ad oppositos angulos eiusdem trianguli, se inuicem in eodem puncto secabunt, & insurget, ablato circulo, figura illa, quam in secundo elemento considerauimus.*

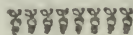
tab. 4.  
fig. 38.

**S**IT circulus, vel ellipsis BFI, circa quam sit triangulum  $\triangle AGC$ , contingens prædictam sectionem in punctis FIB, iunctæq; duæ lineæ AI, CF se inuicem secant in E; dico quod si iungatur GE, & protrahatur, transibit per reliquum contactum B. Si enim hoc verum non est transeat per H; & quia propter elementum secundum recta CH ad HA, pondus videlicet A ad C componitur ex rationibus grauium A ad G ad C, hoc est rectarum GF ad FA, & CI ad IG; itemque propter conicam sectionem, recta C Bad BA ex iisdem duabus rationibus componitur, erit vt CH ad HA, ita C Bad BA, & componendo, CA ad AH, vt CA ad AB; ideoque AH erit æqualis ipsi AB, totum scilicet parti, quod est absurdum. Necesse est igitur, vt iuncta linea GE si producat, cadat in contactum B.

lem. 1.  
2. huius.

## COROLLARIUM.

*Hinc manifestum est, quod, si ratio C Bad BA componatur ex rationibus GF ad FA, GI ad IG, & iungantur AI, CF, GE, conuenient in E. Nam si exempli gratia GB non transeat per E, in quo se mutuo secant AI, CF, si iungatur GE, & producat, cadet in aliud punctum H. Erunt igitur CH ad HA, vt ostensum est, propter elementum secundum, composita ex rationibus GF ad FA, & CI ad IG: Quare vt C Bad BA, ita CH ad HA, & componendo, vt CA ad AB, ita CA ad AH, quod est absurdum.*



PROP.



## PROP. II. THEOR. II.

*Si circulo, vel ellipsi circumscriptum fuerit quoddam quadrilaterum, & iungantur opposita puncta contactuum, ita ut iungentes lineæ se inuicem intra circulum, vel ellipsim secent, erit huiusmodi figura, ablata coni sectione, illa eadem, quam in quinto elemento considerauimus.*

NAM accepta figura lemmatis primi si concipiantur ductæ <sup>tab. 4.</sup> duæ lineæ BF, D $\clubsuit$ , manifestum est propositum, quia ibi <sup>fig. 32.</sup> ostendimus CD ad DE componi ex rationibus GF ad FE, A $\clubsuit$  ad <sup>33. 34.</sup> G, & CB ad BA.

## PROP. III. THEOR. III.

*Si in triangulo duo latera angulum comprehendentia similiter secantur, basi verò bifariam secta, ab angulis ad opposita sectionum puncta lineæ ducantur, istæ se inuicem in eodem puncto secabunt; ita ut figura ex iisdem lineis composita sit illa secundi elementi.*

SIT triangulum ACE, utque AB ab BC, ita ponatur ED ad <sup>tab. 5.</sup> DC; basis verò AE sit in G bifariam secta, & iunctis AD, EB <sup>fig. 39.</sup> secantibus se se in F, connectamus lineam CF: Dico, hanc productam transire per punctum G; quod si verum non sit, incidat si fieri potest in H; & quia, propter elementum secundum, EH ad HA, graue nimirum A ad E componitur ex rationibus grauium A ad C ad E, rectarum videlicet CB ad BA, & ED ad DC; imò rectarum CB ab BA ad BC; erit EH ad HA, ut BC ad BC; & ideo EH æqualis erit ipsi HA: Sed etiam EG est æqualis GA; ergo ut EH ad HA, ita EG ad GA; & componendo, ut EA ad AH, ita eadem EA ad AG, quare AG erit æqualis ipsi AH, totum videlicet parti, quod est absurdum; non igitur in H, sed in G cadet linea CF, quod &c.



PROP.

## PROP. IV. THEOR. IV.

*Si in quadrilatero ducta fuerint duæ se inuicem secantes lineæ, quarum unaquæque duo opposita latera in eadem ratione diuidat, figura resultans erit quintum elementum.*

*tab. 5.* *fig. 40.* SIT quadrilaterum  $ACEG$ , sitque  $CB$  ad  $BA$ , vt  $EF$  ad  $FG$ , itemq;  $ED$  ad  $DC$ , vt  $GH$  ad  $HA$ , & iungantur lineæ  $BF$ ,  $HD$ , quæ se inuicem secant in  $I$ . Dico figuram hanc illam esse, quam in quinto elemento considerauimus. Si enim hoc verum non est, ratio  $ED$  ad  $DC$ , non erit illa, quæ componitur ex rationibus  $AB$  ad  $BC$ ,  $GH$  ad  $HA$ , &  $EF$  ad  $FG$ . Sit igitur alia  $EK$  ad  $KC$ . Itaque cum  $EK$  ad  $KC$  componatur ex prædictis rationibus, imò ex iisdem  $AB$  ad  $BC$ ,  $EF$  ad  $FG$ , &  $GH$  ad  $HA$  perturbatè acceptis; quin etiam ex rationibus  $AB$  ad  $BC$ ,  $CB$  ad  $BA$ , &  $GH$  ad  $HA$ ; seu tandem ex rationibus  $AB$  ad  $BA$ , &  $GH$  ad  $HA$ ; vel ex ipsis  $GH$  ad  $HG$  ad  $HA$ ; erit  $EK$  ad  $KC$ , vt  $GH$  ad  $HA$ . Sed in eadem ratione est etiam  $ED$  ad  $DC$ ; ergo vt  $EK$  ad  $KC$ , ita  $ED$  ad  $DC$ , & componendo,  $EC$  ad  $CK$  erit vt eadem  $EC$  ad  $CD$ , æqualis igitur est  $CK$  ipsi  $CD$ , totum parti, quod est absurdum, quod &c.

## PROP. V. THEOR. V.

*Si tria triangulilatera ita diuisa sint, vt ratio partium vnus fiat ex rationibus partium reliquorum laterum: inde iunctis diuisionum punctis, tribus rectis lineis, adeout ex ipsis constet triangulum inscriptum priori, cuius etiam latera eodem modo partiamur; demum verò ab angulis trianguli ad reperta puncta secundæ diuisionis, tres alias lineas ducamus, istæ si producantur in idem punctum conueniant.*

*tab. 5.* *fig. 41.* SIT triangulum  $ADG$ , cuius tria latera  $GA$ ,  $AD$ ,  $DG$ , ita diuisa sint in  $HCE$ , vt  $GH$  ad  $HA$  componatur ex rationibus  $DC$  ad  $CA$ ,  $GE$  ad  $ED$ . Iungantur lineæ  $HC$ ,  $CE$ ,  $EH$ , quæ ita secantur in punctis  $NLK$ ; vt similiter  $EL$  ad  $LC$  componatur ex rationibus  $HN$  ad  $NC$ , &  $FK$  ad  $KH$ . Iungamus demum lineas  $DL$ ,



LIBER SECVNDVS.

41

DL, GK, AN. Dico, has productas, in eodem puncto se inuicem fecare. Producantur ergo, & linea GK occurrat lateri DA in B; ipsa verò DL lateri AG in I, & recta demum AN secet DG in F.

Quoniam in elemento tertio, cuius grātia A; C-A; E-G; G, quorum centrum L; recta GI ad IA, hoc est pondus A ad G componitur ex rationibus grauium A ad C ad F ad G, rectarum videlicet CD ad DA; EL ad LC; & DG ad ED; ratio autem EL ad LC componitur ex rationibus HN ad NC, & EK ad KH; erit GI ad IA composita ex rationibus CD ad DA; HN ad NC; EK ad KH; & DG ad ED; Seu ex rationibus CD ad CA ad AD; HN ad NC; EK ad KH; DG ad GE ad ED; ex duabus verò rationibus DC ad CA, & GE ad ED componitur HG ad AH, quæ est composita ex duabus HG ad GA ad AH; ratio igitur GI ad IA, componetur ex rationibus, licet perturbatè sumptis HG ad GA ad AH; CA ad AD; DG ad GE; HN ad NC; & EK ad KH; vel denuo ex iisdem perturbatè acceptis, nimirum HG ad GA; EK ad KH; DG ad GE; CA ad AD; HN ad NC; GA ad AH; & quia in elemento tertio, cuius grātia A, H-A; E-D; & D, quorum centrum K, componitur DB ad BA, pondus videlicet A ad D ex rationibus ponderum A ad H ad E ad D; imò rectarum HG ad GA; EK ad KH; & DG ad GE; & in elemento pariter tertio, cuius grātia D; C-D; H-G; G, centrumque N, ratio GF ad FD, ponderis nempe D ad G componitur ex rationibus ponderum D ad C ad H ad G, rectarum scilicet CA ad AD; HN ad NC; & GA ad AH: ratio GI ad IA, quæ composita fuit ex rationibus HG ad GA; EK ad KH; DG ad GE; CA ad AD; HN ad NC; & GA ad AH, componetur etiam ex rationibus DB ad BA, & GF ad FD; ideoque ex coroll. prop. x. huius, lineæ AN, DL, GK conuenient in idem punctum, quod erat &c.

PROP. VI. THEOR. VI

*Si latera, & basis trianguli bifariam secta sint, atque à sectione basis dua rectæ indefinitæ per diuisiones laterum ducantur; inde per verticem trianguli, extra ipsum, alia quadam recta perducta secet eas lineas, quas egimus à dicto basis puncto; tandem à duobus illarum diuisionum punctis ad angulos basi*

F

adia-



adiacentes, & ad eandem partem ductus uti: ut hinc: & p  
inter se parallela amodo X. G. hinc: & p. hinc: & p. hinc: & p.

tab. 5.

fig. 42.

**S**IT triangulum  $DAG$ , cuius & latera  $DA$  &  $AG$ , & basis  $DG$  bisariam secantur in punctis  $E$  &  $F$ , iunctisq;  $FE$ ,  $FK$  protra-  
hantur indefinite; ducta vero utring; per verticem  $A$ , recta  $BAH$   
quomodocunque secando predictas lineas indefinitas in punctis  
 $BH$ , ita tamen ut recta sit extra triangulum  $AGD$ , iungantur  $BD$ ,  
 $HC$ ; dico istas parallelas inter se esse. Velenim  $BH$ ,  $DC$  sunt in-  
ter se aequidistantes; vel non? Si fuerint aequidistantes iungantur  
 $EK$ , qua erit parallela ipsi  $DG$ , & propterea etiam recta  $BHA$   
Quate cum  $DG$  ad  $EK$  sit ut  $DA$  ad  $AE$ , siue ut  $DA$  ad  $DE$  vel  
 $BE$  ad  $EB$  propter suppositas parallelas; ut vero  $BE$  ad  $FE$ , ita  
 $BH$  ad  $EK$ ; eandem proportionem habebit  $DG$  ad  $EK$ ,  
quam  $BH$  ad eandem  $EK$ ; & ideo  $DG$ ,  $BH$  aequales erunt, suntq;  
etiam aequidistantes, ergo  $BHG$  &  $DC$  spatium parallelogrammum  
erit, & adeo  $HC$ ,  $BD$  erunt etiam ipsae aequidistantes. Quod si  
 $BH$ ,  $DC$  parallelae non sint protrahantur donec sibi occurrant in  
puncto  $I$ . Et quia  $BI$  ad  $IH$  componitur ex rationibus  $BI$  ad  $IA$   
ad  $IH$ , recta vero  $BI$  ad  $IA$ , hoc est pondus  $A$  ad  $B$  in elemento  
primo, cuius graua  $BD$ , & centrum  $E$ , componitur ex ra-  
tionibus grauium  $Alad$ ,  $E$  ad  $B$ ; rectarum videlicet  $ED$  ad  $DA$ ,  
&  $EB$  ad  $BE$ ; est vero  $EB$  ad  $BE$  qd est  $EB$  ad  $EA$ , ut  $FB$  ad  $TH$   
ob parallelogrammum  $AKEB$ , est  $BI$  ad  $IA$  composita ex ra-  
tionibus  $ED$  ad  $DA$ , &  $FB$  ad  $HK$ . Item, qui in elemento pri-  
mo, cuius graua  $AIF$ , & centrum  $K$ , componitur  $IA$  ad  $IH$ , pon-  
dus videlicet  $HA$  ad  $A$ , ex rationibus ponderum  $HA$  ad  $K$  ad  $A$ , recta-  
rum scilicet  $KF$  ad  $FH$ , &  $AG$  ad  $GK$ , ut autem  $AG$  ad  $GK$ , ita  
 $DA$  ad  $DE$ , componitur igitur  $IA$  ad  $IH$  ex rationibus  $KF$  ad  
 $FH$ , &  $DA$  ad  $DE$ ; idcirco prior ratio  $BI$  ad  $IH$  fiet ex rationi-  
bus  $ED$  ad  $DA$ ,  $FB$  ad  $HK$ ,  $KF$  ad  $FH$ , &  $DA$  ad  $DE$ ; vel ex ijs-  
dem perturbare sumptis, hoc est ex rationibus  $ED$  ad  $DA$  ad  $DE$ ,  
 $KF$  ad  $FH$  ad  $HK$ ; itaque ut  $BI$  ad  $IH$ , ita  $KF$  ad  $HK$ .

Rursus  $DI$  ad  $IG$  componitur ex rationibus  $DI$  ad  $IF$  ad  $IG$ ;  
Sed in elemento primo, cuius graua  $DIB$ , & centrum  $E$ , recta  
 $DI$  ad  $IF$ , hoc est pondus  $F$  ad  $D$  componitur ex rationibus pon-  
derum  $F$  ad  $E$  ad  $D$ , rectarum scilicet  $EB$  ad  $BF$ , seu  $A$  ad  $BH$ ,  
ita  $KF$  ad  $FH$ , &  $DA$  ad  $AE$ . Pariterque in primo elemento,  
cuius



cujus grauia FIA, & centrum K; recta IF ad IG componitur ex rationibus ponderum G ad K ad F, rectarum videlicet KA ad AG, & FH ad HK; ergo prior ratio DI ad IG componitur ex rationibus rectarum KF ad FH; DA ad AE; RA ad AG, & FH ad HK; vel ex iisdem perturbato ordine, nimirum ex rationibus KF ad FH ad HK; KA ad AG, & DA ad AE, vel AG ad KA. Quare DI ad IG erit vt KF ad HK, nempe in eadem ratione in qua fuit BI ad IH; idcirco BD parallela erit eidem GH, quod &c.

## PROP. VII. THEOR. VII.

*Si tria triangula latera eodem modo sint diuisa quo fuerunt latera trianguli elementi secundi, & iungantur diuisionum puncta eribus rectis lineis, quæ bifariam secantur, & ad earum sectiones ab angulis correspondentibus lineas deducamus, si hæc producantur se inuicem secabunt in eodem puncto, hoc autem punctum erit intra triangulum constans ex prioribus iunctis lineis.*

**S**IT triangulum ABC, cuius latera ita diuisa sunt in DFE, vt ratio CF ad FA fiat ex rationibus BE ad EA, & CD ad DB; tab. 5. iungantur verò FD, DE, EF, quæ secantur bifariam in KHG. fig. 43. Dico iam, si iungamus etiam lineas AG, CH, BK, in eodem puncto sibi omnes occurrere, & quidem intra triangulum DEF. Nam CF ad FA componitur ex rationibus BE ad EA, & CD ad DB; itemque E Kad KD, ratio scilicet æqualitatis, componitur ex duabus rationibus æqualitatis FH ad HD, & EG ad GF; ergo si protrahantur tres lineæ AG, CH, BK, in idem simul punctum conuenient. Quod si quis neget hoc punctum intra triangulum EFD existere, erit necessariò in vna linearum BK, AG, CH; alioquin tres istæ lineæ non in eodem puncto sibi occurrerent; ponamus ergo illud esse primum in linea BK in I; adeo ut productæ lineæ AG, CH, cadant in I. Quoniam, iunctis KG, KH, spatium GKHF est parallelogrammum, secant autem linea AC ipsam GF, si producat A C versus C, & KH versus H conuenient in M; eademque ratione productæ KG, CA ad puncta EA conuenient in L. Denum iunctæ EL, DM, erunt hæc (ex antecedenti) parallelæ inter se; quare AE, CD non conuenient in B, quod est contra hypothesim; & ideo lineæ AG, CH

F 2

pro-

productæ non occurrerent lineæ BK, nisi intra triangulum EFD; Idem concludetur de lineis AG, BK, occurrere videlicet non posse lineæ CH, nisi in eodem triangulo EFD; pariterque de lineis BK, CH, occurrere non posse lineæ AG, nisi intra idem triangulum; ergo, cum (vt dictum est) sibi ipsis occurrere debeant, necesse est, vt punctum concursus intra triangulum EFD existat, quod &c.

## PROP. VIII. THEOR. VIII.

*Si, vt supra, diuisa sint tria trianguli latera; duo autem diuisionum puncta vna recta linea iungantur, quæ secet aliam lineam ductam ab angulo eiusdem trianguli, non tamen ab eo, cui iuncta linea subtenditur; sic illa per hanc diuidetur, vt ipsius segmenta ex duabus rationibus componantur, quarum altera sit ex partibus intacti lateris, alia vero constat ex portionibus eius lineæ, quæ segmentum est alterius lateris inter diuisam lineam, ac angulum, cui subtenditur reliquum trianguli latus, interiectum.*

tab. 5.  
fig. 46.

**S**IT triangulum ACF, cuius tria latera AF, FC, CA, diuisa sint deinceps in GDB, itaut ratio AG ad GF componatur ex duabus rationibus CE ad EF, & AB ad BC, iuncta verò GDissecet ductam AE in H; Dico quod EH ad HA componitur ex rationibus CB ad BA, & ED ad DC. Nam in figura primi elementis, cuius grauius AFD, & centrum H, ratio rectæ EH ad HA, ponderis nempe A ad E, componitur ex rationibus grauium A ad F ad E, rectarum videlicet FG ad GA, & DE ad EF; sed ratio rectæ FG ad GA componitur (ex suppositione) ex rationibus CB ad BA, & FD ad DC; ergo prædicta ratio EH ad HA componetur ex rationibus CB ad BA, FD ad DC, & DE ad DF, vel ex iisdem perturbatè sumptis CB ad BA, DE ad D Fad DC; hoc est, ex propositis rationibus CB ad BA, & DE ad DC, quod &c.

## PROP. IX. PROB. I.

*Propositio triangulo, ellipsim, vel quando possibile est, circulum eidem inscribere, ita vt ex tribus contactuum punctis duo quolibet sine data.*

Sit



**S**IT triangulum ABC, & in eo data puncta FE, per quæ du- *tab. 5.*  
 scenda ellipsis debeat contingere lineas AB, CB. Ponatur *fig. 44.*  
 problema, ut factum; sitq; ellipsis inscripta FED, contingens re-  
 liquum latus AC in D. Cum igitur CD ad DA componatur ex *ex lem. 1.*  
 rationibus geometricè datis FB ad FA, & CE ad EB, erit pun-  
 ctum D datum, quare si iungantur lineæ DF, FE, ED, & ipsæ da-  
 tæ erunt. Similiterq; si bifariam diuidantur in punctis H I K, hæc  
 item data erunt; atque adeo etiam iunctæ AH, BI, CK, quæ dia- *29. l. 2.*  
 metri erunt eiusdem ellipsis. Cumque in vnaquaque ipsarum, *conic.*  
 centrum dictæ ellipsis existat, atque sibi ipsis in vno, eodemque  
 puncto G occurrant, erit hic occursus datus, atque adeo datum erit  
 prædictum centrū G. Lineæ igitur AG, BG, CG, erunt illæ, quæ  
 ex centro sectionis dicuntur; quare si vna ipsarum protrahatur,  
 nempe FG à puncto G, atque in productione noletur GL æqualis  
 FG, erit punctum L datum, vnà cum FL diametro; Et quia pun-  
 ctum datum E in sectione ponitur, estque contingens BF positio-  
 ne habita; quæ igitur ab ipso puncto ducitur æquidistans ipsi BF,  
 occurrens diametro FL in M, ut est EM, erit positio, & longi-  
 tudine determinata, eritque adeandem diametrum FL ordinatim  
 applicata. Fiat iam ut FM data ad ME, ita ME ad aliam lineam  
 Y, cui secetur æqualis MN perpendiculariter excitata à puncto  
 dato M, ad FL positione habitam; ductaq; indeterminatè, ab F  
 puncto dato, linea FO ipsi MN æquidistante, iungatur LN, &  
 producatū donec occurrat FO in O. Hoc posito datum erit pun-  
 ctum O; rectangulum verò FMN erit æquale quadrato applica-  
 tæ ME, quod rectangulum adiacet lineæ FO, latitudinemque ha-  
 bet ipsam FM inter applicatā EM, & tactum F interiectam, & de-  
 ficit figura simili, & similiter posita ei, quæ diametro FL, & linea  
 FO continetur; quamobrem diameter FL erit transversum figu-  
 ræ latus, & FO rectum. Si igitur datis duabus rectis lineis termi-  
 natis FO, FL, ad rectos inter se angulos, inueniamus ellipsim *Prop. 59.*  
 circa diametrum FL, ita ut vertex sit punctum F ad rectum angu- *lib. 2. Cap.*  
 lum, & ordinatim applicatæ in angulo BFL possint, ut ME, rec-  
 tangula adiacentia ipsi FO, quæ latitudinem habeant lineam inter  
 verticem F sectionis, & applicatas ipsas interiectam, deficientque  
 figura simili, & similiter posita ei, quæ lineis FO, FL continetur;  
 ellipsis hæc contingeret lineam BA in F, & transibit per punctum E.  
 Dico insuper quod huiusmodi ellipsis ita transibit per E, ut non  
 secet.

secet, sed tangat  $BC$ , &  $AC$ , atque adeo problemati satisfactum esse.

Hæc autem fient conspicua duobus lemmatibus, iisdem retentis literis, ac suppositione.

## LEMMA IV.

*tab. 6.* *fig. 47.* *30. secundi conic.* *2. sexti.* *7. huius ex conuersa 25. primi conic.* *23. primi con.* **S**I ellipsis  $FED$  transiens per punctum  $E$  non contingit lineam  $BC$ , contingat si possibile est aliam lineam  $BK$ , & iungantur  $FK$ ,  $KE$ . Quoniam igitur  $FB$  contingit sectionem in  $F$ , diameter  $BG$  secabit bifariam in  $L$  lineam  $FK$ , quæ iungit contactus  $FK$ , eritque  $FL$  æqualis  $LK$ ; sed etiam  $FI$  ex suppositione est æqualis  $IE$ ; ergo linea  $EK$  parallela erit diametro  $BG$ , ideoque non conuenient. At quia  $DC$  ad  $DA$  componitur ex rationibus  $BF$  ad  $FA$ , &  $CE$  ad  $EB$ , suntque  $FD$ ,  $FE$ ,  $ED$ , bifariam sectæ in  $NIK$ , iunctæ  $AN$ ,  $BI$ ,  $CK$ , se inuicem secabunt in eodem puncto, intra triangulum  $FED$ ; & propterea punctum  $G$  infra lineam  $FE$  existet; sed est etiam infra  $FK$ , quia duæ tangentes  $BF$ ,  $BK$ , conueniunt, ergo linea  $KE$  non erit parallela diametro  $BG$ , quod fieri non potest; ellipsis ergo  $DFE$  tanget lineam  $BEC$  in puncto  $E$ .

## LEMMA V.

*tab. 6.* *fig. 48.* *49.* **S**I ellipsis, cuius centrum  $G$  contingens duas  $BFA$ ,  $BEC$  rectas lineas in  $EF$ , non tangit etiam  $ADC$  in  $D$ , esto linea sectionem tangens  $ARO$ ; & quia  $OR$  ad  $RA$  componitur ex rationibus  $BF$  ad  $FA$ , &  $OB$  ad  $EB$ , constat punctum contactus esse in  $R$ ; itaque cum  $AF$ ,  $AR$  tangant ellipsim, diameter  $AG$  bifariam diuidet  $FR$ , quæ iungit contactus; sed etiam  $FD$  secta fuit bifariam ex suppositione in  $N$ ; ergo  $RE$  parallela erit diametro  $AG$ , quare etiam  $FL$  ab ipsa diametro secabitur bifariam in centro  $G$  (erit enim ex 2. l. 6., ut  $FN$  ad  $ND$ , ita  $FG$  ad  $GL$ ); & ideo linea  $GF$ , hoc est  $GP$  æqualis erit ipsi  $GL$ , totum parti, quod est absurdum, est enim punctum  $L$  intra ellipsim, & ideo intra lineam  $GP$ .



PROP.



## PROP. X. THEOR. IX.

*Si linea recta parabolam contingentes inter se conueniant, quæ per contactum intercepta tangentis, & concursum duarum reliquarum ducitur linea, sic illam, quæ iungit reliquos contactus, secabit, ut eius segmenta inter se rationem eandem obtineant, quam quadrata partium homologæ sumptarum unius tangentis.*

**S**IT parabola AEC, quam contingant tres lineæ AFG, FED, *tab. 6. fig. 50.*  
 GDC, in punctis AEC; inde iungatur GE, & produ-  
 catur, ut secet AC in puncto B; dico AB ad BC esse ut quadra-  
 tum ex FE ad quadratum ex DE. Quoniam propter elementum  
 tertium, cuius vertex G, & centrum E, ratio rectæ AB ad BC,  
 ponderis nempe C ad A, componitur ex rationibus grauium C ad  
 D ad B ad A, rectarum scilicet DG ad GC, FE ad ED, & GA ad  
 GF: est autem ut DG ad GC, ita AF ad GA; erit AB ad BC, *41. tertio  
conic.*  
 composita ex rationibus AF ad GA, FE ad ED, & GA ad GF;  
 & ex eisdem perturbatè acceptis, hoc est ex rationibus FE ad ED,  
 AF ad GA ad GF; imò ex ipsis FE ad ED, & AF ad GF, vel ex  
 duplicata ratione FE ad ED; est igitur AB ad BC, ut quadratum  
 ex FE, ad quadratum ex DE, quod &c. *ibidem.*

## PROP. XI. THEOR. X.

*Isdem manentibus iungantur AD, CF, secantes sese in H;  
 dico punctum H esse in linea GEB.*

**N**AM si possibile est, ut H sit extra lineam GEB, producta *tab. 6. fig. 50.*  
 GH, non cadet in B, sed in aliud punctum I; itaque prop-  
 ter elementum secundum, in quo H est centrum ponderum DFI,  
 & grauiæ suspensa sunt AGC, erit recta AI ad IC, hoc est graue  
 C ad A compositum ex rationibus grauium C ad G ad A, recta-  
 rum scilicet GD ad DC, & AF ad FG: Verum ut AF ad FG,  
 itemq; ut GD ad DC, ita FE ad ED; ergo AI ad IC, erit ut qua-  
 dratum ex FE ad quadratum ex ED. Sed in eadem quadratorum  
 ratione est etiam AB ad BC; ergo ut AI ad IC, ita AB ad BC,  
 &

& componendo, ut  $AC$  ad  $IC$ , ita  $AC$  ad  $CB$ , & ideo  $IC$  æqualis est  $CB$ , totum videlicet parti, quod est absurdum; cadet igitur  $GH$  in  $B$ , & propterea  $H$  erit in linea  $GE$ , quod &c.

## PROP. XII. THEOR. XI.

*Si linea contingens parabolam secet duas alias contingentes, hæc autem sectionum puncta, & contactus earundem tangentium, duabus se inuicem secantibus lineis coniungantur; cubi ex portionibus prioris contingentis inter parabolam, & duas reliquas contingentes interiectis, erunt inter sese ut triangula homologè sumpta; quorum bases sunt reliqua contingentes, vertices verò idem punctum, in quo dicta iuncta linea se inuicem secuerunt.*

**R**ecta  $FD$  contingat parabolam  $AEC$  in  $E$ , secet autem duas contingentes  $FA$ ,  $DC$  in  $F$ , &  $D$ ; indè iungantur  $AD$ ,  $FC$ , quæ se inuicem secant in  $H$ ; dico cubum ex  $FE$  ad cubum ex  $ED$  esse in eadem ratione, in qua est triangulum  $FAH$ , cuius basis contingens  $AF$ , ad triangulum  $DHC$ , cuius basis altera contingens  $DC$ ; iungantur  $AC$ ,  $EH$ , & productæ tangentæ  $AF$ ,  $CD$ , conueniant in  $G$ ; vtrinque verò protracta  $EH$ , secet  $AC$  in  $B$ , quæ ex alia parte transibit per  $G$ . Quoniam in elemento quarto, in quo  $H$  est centrum ponderum  $EB$ , grauium nimirum  $FACD$ , recta  $AB$  ad  $BC$ , pondus nimirum  $C$  ad  $A$  componitur ex rationibus grauium  $C$  ad  $F$  ad  $D$  ad  $A$ , rectarum videlicet  $FH$  ad  $HC$ ,  $ED$  ad  $EF$ , &  $AH$  ad  $HD$ , seu ex iisdem perturbatè sumptis, hoc est ex rationibus  $FH$  ad  $HC$ ,  $AH$  ad  $HD$ , &  $DE$  ad  $EF$ ; eadem verò  $AB$  ad  $BC$  componitur ex duplicata ratione ipsius  $FE$  ad  $ED$ ; seu ex triplicata eiusdem rationis  $FE$  ad  $ED$ , vnà cum ratione conuersa ipsius  $DE$  ad  $EF$ ; si igitur vtrinque dematur ratio  $DE$  ad  $EF$ , supererit tripla  $FE$  ad  $ED$ , hoc est cubus ex  $FE$  ad cubum ex  $ED$ , compositus ex rationibus  $FH$  ad  $HC$ , &  $AH$  ad  $HD$ , ex quibus rationibus cum item componatur triangulum  $FHA$  ad  $DHC$ , patet cubum ex  $FE$ , ad cubum ex  $ED$ , esse ut triangulum  $FHA$  ad triangulum  $DHC$ , quod &c.

## SCHOLIUM.

*Illud etiam sciendum est, quod si in elemento secundo, cuius centrum  $H$ , & grauiæ suspensæ sunt  $GAC$ , duæ tantum rationes*



# LIBER SECVNDVS.

49

cognoscantur ex illis sex, de quibus iam egimus, præcipue in problemate septimo primi libri, reliquis quatuor non solum dabimus, verum etiam omnes alias in superiori figura conspicuas, & hoc quidem ex sexto, septimo, nono, & decimo probl. lib. i.

## PROP. XIII. PROBL. II.

*Hyperbolam, ellipsim, & circulum quadam linea contingat, & per contactum ducta sectionis diametro, hanc una cum tangente tangens alia secet, & sit data partium ratio postreme tangents: oportet alteram manifestare, qua fit ex portionibus ductæ diametro.*

**E**sto C centrum confectionis AB, quam contingat linea AD in A, & iuncta CA producat extra sectionem, ut simul cum tangente AD secetur ab alia contingente ducta ex B, hoc est CA producta in E, & AD in D: Dico quod si manifesta fuerit ratio BD ad DE, etiam CA ad AE manifesta erit. Iungatur CB, quæ producta occurrat rectæ AD in puncto F. Itaque constructa erit figura elementi primi, cuius centrum D, & vertex C; & quia, ex conicis, triangulum EDA æquale est triangulo BDF, erit DB ad DE, ut DA ad DF; est autem data ratio BD ad DE; ergo & ipsa AD ad DF dabitur; datis verò duabus rationibus DB ad DE, & AD ad DF, manifestabimus quoque duas reliquas, & propterea dabitur CA ad AE, quod Sec.

tab. 6.  
fig. 51.  
& 52.

1. 3. conic.  
14. 6. Euc.

## PROP. XIV. THEOR. XII.

*Si due lineæ circulum, vel ellipsim contingentes productæ conueniant, & ab alio in sectione assumpto puncto ducatur tangens alia, prioræ duas diuidens, quarum contactus, ac diuisionum puncta duabus se inuicem secantibus lineis coniungantur; inde à puncto sectionis ad priorum tangentium occursum linea ducatur, hæc producta (cum opus sit) transibit per reliquum contactum, adeo ut figura inde resultans resolvatur saltem in duas figuras primi elementi.*

**S**IT ellipsis, vel circuli circumferentia ABC, quam contingant duæ lineæ AF, CD, quæ productæ conueniant in E;   
 G ducta

tab. 6.  
fig. 52.  
& 54.

ducta insuper alia contingente  $FBD$  secante tangentem  $AE$  in  $F$ , atque  $CE$  in  $D$ , iungantur duæ lineæ  $AD$ ,  $CF$  diuidentes sese in  $G$ . Iam acta  $EG$ , & producta (cum opus sit) dico illam transire per reliquum contactum  $B$ .

Nam si tres tangentes constituent triangulum circa ellipsim, vel circulum circumscriptum propositum, iam ostendimus in prima propositione 2. huius. Quod si cōtingens  $FBD$  secuerit duas alias  $AFE$ ,  $CDE$  inter earum contactus  $AC$ , & occursum  $E$ , hoc etiam per reductionem ad id quod fieri nequit ostendemus. Non transeat enim (si fieri potest) iuncta  $EG$  per contactum  $B$ ; sed transeat per  $N$ ; ducta autem alia contingente  $KIL$ , quæ utrinque producta, vnâ cum duabus  $EAK$ ,  $ECL$ , constituat triangulum  $EKL$ , circulum, vel ellipsim contingens in punctis  $AIC$ , iungantur  $AL$ ,  $KC$ , quæ se inuicem secant in  $M$ . Cum igitur  $ENG$  sit vnica recta linea, duæ figuræ  $EDCGFN$ ,  $EFAGDN$  spectabunt ad primum elementum; & ideo recta  $FN$  ad  $FD$ , hoc est pondus  $DadN$  componetur ex rationibus grauium  $DadE$  ad  $N$ , rectarum videlicet  $CE$  ad  $CD$ , &  $GN$  ad  $GE$ ; itemque in alia elementi primi figura recta  $FD$  ad  $ND$ , pondus nempe  $NadF$ ; duæ nimirum rationes ponderum  $NadE$  ad  $F$  fient ex rationibus rectarum  $GE$  ad  $GN$ , &  $AF$  ad  $AE$ : idcirco duæ rationes  $FN$  ad  $FD$  ad  $ND$ , hoc est  $FN$  ad  $ND$ , componetur ex rationibus  $CE$  ad  $CD$ ,  $GN$  ad  $GE$  ad  $GN$ , &  $AF$  ad  $AE$ , hoc est ex rationibus  $CE$  ad  $CD$ , &  $AF$  ad  $AE$ .

1. 2. huius.

Insuper  $KI$  ad  $IL$  componitur ex rationibus  $EC$  ad  $CL$ , &  $KA$  ad  $AE$ ; eademque ratio componitur etiam ex rationibus  $DC$  ad  $CL$ ,  $FB$  ad  $BD$ , &  $KA$  ad  $AF$ ; sed  $EC$  ad  $CL$  componitur ex duabus  $EC$  ad  $DC$  ad  $CL$ ; pariterque  $KA$  ad  $AE$  componitur ex rationibus  $KA$  ad  $AF$ , &  $AF$  ad  $AE$ ; ergo composita ex rationibus  $EC$  ad  $DC$  ad  $CL$ ,  $KA$  ad  $AF$  ad  $AE$ , erit illa quæ componitur ex rationibus  $DC$  ad  $CL$ ,  $FB$  ad  $BD$ , &  $KA$  ad  $AF$ ; ablatis igitur utrinque rationibus  $DC$  ad  $CL$ , &  $KA$  ad  $AF$ , erit reliqua  $FB$  ad  $BD$  composita ex rationibus  $EC$  ad  $DC$ , &  $AF$  ad  $AE$ . Sed, ut ostendimus, etiam  $FN$  ad  $ND$  ex iisdem rationibus componitur; ergo ut  $FN$  ad  $ND$ , ita  $FB$  ad  $BD$ , & componendo,  $FD$  ad  $ND$ , erit ut eadem  $FD$  ad  $BD$ , & ideo  $ND$  æqualis erit ipsi  $BD$ , totum parti, quod est absurdum, transibit igitur  $ENG$  per contactum  $B$ , quod &c.

CO-



## COROLLARIVM.

*Constat tñ in ellipsi, tñ in circulo esse FB ad ED, v; est  
composita ex CE ad CD, & AF ad AE.* tab. 7.  
fig. 55.  
& 56.

## PROP. XV. THEOR. XIII.

*Si due tangentes circulum, inter se conueniant, quas secet tangens alia inter earum occursum, & contactus; rectangula ex prioribus tangensibus ad occursum vsque acceptis, & portionibus inter earum contactus, atque alteram tangentem interiectis, constantia; erunt inter sese, vt sunt portiones modò dictæ tangens, adeant homologa sint contermina.*

**S**IT circulus ABC, quem contingant AE, CE in punctis AC, tab. 7.  
& ducatur alia FBD, quæ circulum tangat in B; secet verò fig. 56.  
AE in F, & CE in D. Dico FB ad BD esse vt rectangulum EAF  
ad rectangulum ECD.

Iam ex antecedenti corollario ratio FB ad BD componitur ex  
rationibus rectarum CE, siue EA ad CD, & AF ad AE, vel EC;  
quare FB ad BD erit vt composita ex AE ad CD, & AF ad CE,  
siue vt rectangulum EAF ad rectangulum ECD, quod &c.

## PROP. XVI. THEOR. XIV.

*Si ab angulis trianguli ad opposita vsque latera tres rectæ  
lineæ bifariam angulos secantes ductæ sint, in eodem puncto se  
mutuò diident; figura verò ex his lineis constans erit illa  
secundi elementi.*

**S**IT triangulum AIE, & ab angulis IAE bifariam diuisis, du- tab. 1.  
cantur lineæ IC, AG, EN occurrentes oppositis lateribus in fig. 5.  
CGN: dico has lineas in eodem puncto B secari, hoc est EC  
ad CA componi ex rationibus IN ad NA, & EG ad GI; & ideo  
figuram ex his lineis compositam spectare ad secundum elemen-  
tum. Nam ratio EC ad CA, hoc est EI ad IA (propter angulum  
I bifariam sectum) componitur ex rationibus IE ad EA ad AI;

G 2

vtque

52      **STATICÆ CONSTRUCTIONIS**  
 vtque IF ad EA, ita IN ad NA; & vt EA ad AI, ita EG ad GI;  
 ergo EC ad CA componitur ex rationibus IN ad NA, & EG ad  
 GI, quod &c.

**LEMMA VI.**

*Datis duobus circulis lineam utrumque contingentem ducere.*

*tab. 7.*      **S**int duo circuli, quorum centra KI, oportet lineam ducere, quæ  
*fig. 58.*      utrumque contingat. Ponatur iam factum esse problema, &  
 linea contingens sit AF; iungamus AK, KI, IF: & quia in primo  
 casu, cum duo circuli sint æquales, etiam KA, IF sunt æquales, &  
 æquidistantes inter se, cum vnaquæque illarum eidem AF per-  
 pendicularis sit, erit spatium KAFI parallelogrammum rectan-  
 gulum, & ideò AF contingens æquidistans erit rectæ KI; cum  
 igitur duo puncta KI data sint, erit quoque positione data linea  
 KI, pariterque ad ipsam perpendicularis KA: quare datum est  
 punctum A, à quo si ducatur linea æquidistans ipsi KI cadet hæc  
 in lineam AF, & dabitur contingens AF, quod &c.

*tab. 7.*      Sint deinde, vt in duobus reliquis casibus, circuli inæquales, &  
*fig. 60.*      producta KI in tertia figura conueniat in L cum contingente AF  
*& 61.*      pariter producta ad partes circuli minoris, quemadmodum in eo-  
 dem puncto L contingens AF in secunda figura occurrit eidem  
 KI. Quoniam vtraque ipsarum KA, IF perpendicularis est ad  
 AF, erunt inter se æquidistantes, & propterea vt KA ad IF, ita  
 KL ad LI; componendo autem in secunda figura, & in tertia  
 diuidendo, erit KI ad IL, vt cõpositum ex duabus KA, FI in secun-  
 da figura, sed vt earum differentia in tertia, ad eandem HI. Itaque  
 cum tam ratio compositi, quam differentia duorum prædictorum  
 radiorum ad radium minorem data sit; & item data sit longitudi-  
 ne, ac positione antecedens KI, dabitur quoque consequens IL, &  
 punctum L; quare cum ab eodem puncto L ducere possimus vni-  
 cam tantum lineam contingentem IF, & vnicam alteram tangen-  
 tem circulum KA, necesse est vt istæ cadant in contingentes FL,  
 LA, seu AFL, quam à principio posuimus tangentem duos circu-  
 los. Compositio problematis manifesta est.

**PROP.**



## PROP. XVII. THEOR. XV.

*Si triangulum tres circulos comprehendat, cuius singula latera duos ex suppositis circulis contingant; ab unoquoque verò angulo ad centrum sibi proximioris circuli lineæ ducantur: iste si ulterius producantur, sibi inuicem in idem punctum occurrent.*

**S**int tres circuli, quorum centra CAB, & triangulum ipsos comprehendens sit LEH, tangatque illos in punctis MDFG IK; dico, si iungantur tres lineæ HA, EC, LB, & producantur, in idem punctum sibi ipsis occurrere. Iungantur lineæ DE, MK, GI, secantes lineas EC, LB, HO, in punctis PQN. Quoniam contingentes DE, EF, & DP, PF sunt inter se æquales; latus autem EP commune est utrique triangulo DPE, FPE; erunt huiusmodi triangula inter se æqualia, proptereaque angulus DEP æqualis erit angulo FEP; cumque eadem ratione anguli MLQ, QLK, sint etiam æquales, itemque anguli IHN, GHN; constat tres lineas EC, HA, LB, sibi ipsis occurrere si producantur, quod &c.

tab. 8.

fig. 62.

36. terij.

Conic. lib.

2. prop. 30.

16.2 huius.

## PROP. XVIII. THEOR. XVI.

*Duos circulos AF, DC, contingant duæ rectæ AC, & FD, quarum FD priori occurrat in B; iunctis verò lineis AF, DC, producat DC, adeo ut occurrat ipsi AF, in E, dico rectangulum DEA aequale esse rectangulo CEF.*

**Q**uoniam FE ad EA, pondus videlicet A ad F, in figura elementi primi, cuius graua FAC, & centrum D, componitur ex rationibus grauium A ad C ad D ad F, rectarum nimirum CB ad BA, DE ad EC, & FB ad BD; utque CB ad BA, ita BD ad FB; erit EF ad EA composita ex rationibus BD ad FB, DE ad EC, & FB ad BD, vel ex iisdem perturbatè acceptis, nempe ex rationibus BD ad FB ad BD, & DE ad EC; hoc est EF ad EA erit ut DE ad EC: rectangulum igitur contentum lineis extremis EF, EC, æquale erit ei quod fit à medijs quatuor illarum proportionalium, ergo &c.

tab. 7.

fig. 59.

PROP.

## PROP. XIX. PROB. III.

*Sint inter se duo sic aptata triangula, ut reciproce vertex unius desinat in alterius basim, atque adeo eorum latera se inuicem secant: distinguemus in huiusmodi figura sex rectarum rationes, ex quibus, datis quatuor quibuslibet, sit nobis propositum duas reliquas inuestigare.*

tab. 8. **H** Vius problematis sunt quindecim casus; totidem sunt enim  
fig. 63. numeri binarij combinabiles in senario.

I. Sint notæ quatuor rationes  $GE$  ad  $EF$ ;  $AB$  ad  $BC$ ;  $AH$  ad  $HE$ ; &  $BD$  ad  $DF$ : Sintque indagandæ duæ reliquæ  $GH$  ad  $HB$ , &  $FD$  ad  $DB$ . Iungantur duæ rectæ  $HD$ ,  $BE$ , se inuicem secantes in  $I$ . Quoniam in elemento tertio, cuius centrum  $I$ , & grauiæ  $A$ ;  $H-A$ ;  $D-C$ ;  $C$ , sunt datæ tres rationes  $AH$  ad  $HE$ ;  $ED$  ad  $DC$ ; &  $AB$  ad  $BC$ ; dabimus quoque reliquas duas rationes (ex nono probl. primi huius)  $HI$  ad  $ID$ , &  $BI$  ad  $IE$ ; quare cum in figurâ eiusdem elementi, cuius centrum  $I$ , grauiæ verò  $G$ ;  $H-G$ ;  $D-F$ ;  $F$ , datæ sint tres rationes  $GE$  ad  $EF$ ;  $HI$  ad  $ID$ , &  $EI$  ad  $IB$ ; manifestabimus (ex eodem probl.) etiam reliquas duas rationes  $GH$  ad  $HB$ , &  $FD$  ad  $DB$ .

II. Aperiendæ sint duæ rationes  $AH$  ad  $HE$ , &  $ED$  ad  $DC$ , notis reliquis; erit hic casus similis priori.

tab. 8. III. Rationes, quas debemus patefacere sint duæ  $AB$  ad  $BC$ ;  
fig. 64.  $GE$  ad  $EF$ , habitis quatuor reliquis (caue tamen in hoc casu ne  $AC$ ,  $GF$  sint parallelæ) Producantur  $AC$ ,  $GF$ , quæ conuenient in  $I$ . Cum igitur  $AB$  ad  $BC$  componatur ex rationibus  $AB$  ad  $BI$ , &  $BI$  ad  $BC$ ; item  $GE$  ad  $EF$  componatur ex rationibus  $GE$  ad  $EI$  ad  $EF$ ; & in elemento primo, cuius grauiæ  $AIG$ , & centrum  $H$ , datæ sint duæ rationes  $GH$  ad  $HB$ , &  $EH$  ad  $HA$ ; & pariter in alia figura eiusdem elementi, cuius grauiæ  $BIE$ , & eorum centrum  $D$ , datæ sint duæ rationes  $ED$  ad  $DC$ , &  $FD$  ad  $DB$ ; aperiemus in prima figura reliquas duas  $AB$  ad  $BI$ ;  $GE$  ad  $EI$ ; atque in secunda figura duas reliquas  $BI$  ad  $BC$ ; &  $EI$  ad  $EF$ ; datæ sunt igitur rationes  $AB$  ad  $BI$  ad  $BC$ , hoc est  $AB$  ad  $BC$ ; itemq; rationes  $GE$  ad  $EI$  ad  $EF$ , hoc est  $GE$  ad  $EF$ , quod erat propositum.

IV.



IV. Debeamus modo manifestare duas rationes  $ED$  ad  $DC$ , atque  $FD$  ad  $DB$ , suppositis reliquis quatuor. Si duæ  $AC$ ,  $GF$  sint parallelæ iam patet propositum; si verò non sint producamus illas ut prius, adeo ut conueniant in  $I$ ; & quia in elemento primo, cuius grauiæ  $AIG$ , & centrum  $H$ , dantur duæ rationes  $AH$  ad  $HE$ ,  $GH$  ad  $HB$ , manifestabimus (ex 6. probl. l. p.) duas reliquas  $AB$  ad  $BI$ , &  $GE$  ad  $EI$ ; sunt autem datæ rationes  $AB$  ad  $BC$ , &  $GE$  ad  $EF$ ; ergo ablatis notis rationibus  $AB$  ad  $BI$ , videlicet  $AB$  ad  $BC$ , &  $GE$  ad  $EI$ , à prædicta  $GE$  ad  $EF$ ; erunt reliquæ rationes  $BI$  ad  $BC$ , atque  $IE$  ad  $EF$  notæ: quare his duabus datis rationibus in primo elemento, cuius grauiæ  $BIE$ , & centrum  $D$ , palam sunt reliquæ duæ  $BD$  ad  $DF$ , &  $DE$  ad  $DC$ , quod erat propositum.

V. Quod si inuestigandæ rationes sint  $AH$  ad  $HE$ , &  $BH$  ad  $HG$ , consimili ferè ratiocinio absoluemus problema; datis enim duabus  $BD$  ad  $DF$ ,  $ED$  ad  $DC$  in elemento primo, cuius grauiæ  $BIE$ , & centrum  $D$ , sunt notæ duæ reliquæ  $BC$  ad  $BI$ , &  $EF$  ad  $EI$ ; cumque supponantur datæ etiam  $CB$  ad  $BA$ , &  $FE$  ad  $EG$ , dabuntur etiam duæ reliquæ  $IB$  ad  $BA$ , &  $IE$  ad  $EG$ . Itaque quoniam in primo elemento, cuius grauiæ  $AIC$ , centrumque  $H$ , notæ sunt duæ rationes  $IB$  ad  $BA$ , &  $IE$  ad  $EG$ , reliquas item duas manifestabimus  $AH$  ad  $HE$ , &  $GH$  ad  $HB$ .

VI. Sint aperiendæ duæ rationes  $AH$  ad  $HE$ , &  $GE$  ad  $EF$ , habitis reliquis. Si  $AC$ ,  $GF$  fuerint parallelæ, constat  $AH$  ad  $HE$  esse in eadem ratione, in qua  $BH$  ad  $HG$ , & ideo datam esse. Deinde quia  $GE$  ad  $EF$  componitur ex rationibus  $GE$  ad  $AB$ ,  $AB$  ad  $BC$ , &  $BC$  ad  $EF$ ; ut autem  $GE$  ad  $AB$ , ita data  $GH$  ad  $HB$ ;  $AB$  verò ad  $BC$  est data, & ut  $BC$  ad  $EF$ , ita data  $CD$  ad  $DE$ ; ergo etiam  $EF$  ad  $EG$ , quæ componitur ex datis rationibus, erit data.

Quod si  $AC$ ,  $GF$  parallelæ non sint, conueniant productæ in  $I$ ; & quia in elemento primo, cuius grauiæ  $BIE$ , & centrum  $D$ , sunt datæ duæ rationes  $BD$  ad  $DF$ , &  $ED$  ad  $DC$ ; reliquas quoque  $CB$  ad  $BI$ , &  $EI$  ad  $FE$  notas reddemus; & ideo cum ratio nota  $CB$  ad  $BA$  componatur ex rationibus  $CB$  ad  $BI$ , quæ nota est, &  $IB$  ad  $BA$ ; hæc etiam data erit; ideoque cum in elemento primo, cuius grauiæ  $AIG$ , & centrum  $H$ , datæ sint duæ rationes  $IB$  ad  $BA$ , &  $BH$  ad  $HG$ , reliquas etiam  $AH$  ad  $HE$ , &  $GE$  ad  $EI$  notas exhibebimus: quare cum  $GE$  ad  $EF$  componatur ex datis rationibus

nibus  $GE$  ad  $EI$  ad  $EF$ ; erit quoque ipsa manifesta.

VII. Duas rationes  $GH$  ad  $HB$ , &  $AB$  ad  $BC$  manifestabimus eodem modo; nam casus est similis antecedenti.

VIII. Sint agnoscendæ rationes  $GE$  ad  $EF$ , &  $GH$  ad  $HB$ , habitis reliquis quatuor. Datis duabus rationibus  $ED$  ad  $DC$ , &  $FD$  ad  $DB$  elucescunt  $BI$  ad  $BC$ , &  $EI$  ad  $EF$ ; composita verò ex rationibus  $AB$  ad  $BI$  ad  $BC$ , est  $AB$  ad  $BC$ , quæ est data; ergo reliqua  $AB$  ad  $BI$  data erit, atque adeò in elemento primo, cuius graua  $AIG$ , & centrum  $H$ , cum datæ sint duæ rationes  $AH$  ad  $HE$ , &  $AB$  ad  $BI$ ; duas item reliquas dabimus  $GH$  ad  $HB$ , &  $GE$  ad  $EI$ ; componitur autem ratio  $GE$  ad  $EF$  ex rationibus  $GE$  ad  $EI$ , &  $EI$  ad  $IF$ , quæ datæ sunt, ergo etiam illa elucebit. Quod si parallelæ sint  $AC$ ,  $GF$ , eodem ratiocinio utemur, quo vñ sumus in sexto casu.

IX. Quod si inuestigandæ rationes sint  $AH$  ad  $HE$ , &  $AB$  ad  $BC$ , erit hic casus similis priori.

X. Sint duæ rationes indagandæ  $GE$  ad  $EF$ , &  $ED$  ad  $DC$ , reliquis præcognitis. Si  $AC$ ,  $GF$  sint parallelæ, propositum ostendemus, ut in casu sexto; at si parallelæ non fuerint  $GE$ ,  $EF$ , productæ convenient in  $I$ ; quare cum duæ rationes sint datæ  $GH$  ad  $HB$ ,  $AH$  ad  $HE$ , etiam reliquas duas cognoscemus, nempe  $AB$  ad  $BI$ , &  $GE$  ad  $EI$ ; componitur verò ratio data  $AB$  ad  $BC$  ex rationibus  $AB$  ad  $BI$  data, &  $BI$  ad  $BC$ ; ergo & ista, quæ reliqua est elucebit; propterea datis duabus rationibus  $BI$  ad  $BC$ , &  $BD$  ad  $DF$  in figura primi elementi, cuius graua  $BIE$ , & centrum  $D$ , manifestabimus quoque duas reliquas  $ED$  ad  $DC$ , &  $EI$  ad  $EF$ ; quamobrem sunt datæ duæ rationes  $GE$  ad  $EI$ , &  $EI$  ad  $EF$ ; sed ex his componitur ratio  $GE$  ad  $EF$ ; ergo etiam ipsa non latebit.

XI. At si rationes, quas manifestare debemus fuerint  $AB$  ad  $BC$ , &  $BD$  ad  $DF$ , hanc partem problematis superiori dicto modo monstrabimus.

XII. Oporteat modò indagare duas rationes  $AB$  ad  $BC$ , &  $CD$  ad  $DE$ ; & siquidem  $AC$ ,  $GF$  parallelæ sint eadem utemur ratione, qua in sexto casu vñ sumus; si verò non sint, convenient productæ  $CA$ ,  $FG$  in  $I$ . Datis duabus rationibus  $GH$  ad  $HB$ ,  $AH$  ad  $HE$ , dabimus reliquas duas  $AB$  ad  $BI$ , &  $GE$  ad  $EI$ ; & datis duabus  $GE$  ad  $EF$ ,  $GE$  ad  $EI$ , notificabimus reliquam  $EI$  ad  $EF$ ; quare habitis duabus  $EI$  ad  $EF$ , &  $BD$  ad  $DF$ , cognoscemus item  
duas



LIBER SECVNDVS.

57

duas CD ad DE, & BI ad BC; habitisq; duabus AB ad BI ad BC, ex quibus fit ratio AB ad BC, hæc similiter dabitur.

XIII. Quod si notificandæ sint duæ rationes GE ad EF, & FD ad DB erit hic casus similis priori.

XIV. Si velimus indagare duas rationes AH ad HE, & BD ad DF præcognitis reliquis, iungatur GC secans duas HE, BD in IK. tab. 8.  
fig. 65. Itaque quia in figura primi elementi, cuius graua ACG, & centrum H manifestæ sunt duæ rationes A Bad BC, & GH ad HB; erunt notæ reliquæ duæ AH ad AI, & IC ad CG; pariterque cum in alia figura primi elementi, cuius graua CGF, eorumque centrum D habitæ sint duæ rationes ED ad DC, & GE ad EF, sient conspicuæ etiam duæ reliquæ DF ad DK, & GC ad CK; quare IC ad KC (composita videlicet ex duabus IC ad CG ad CK datis) cognoscetur; ideoque in elemento tertio, cuius graua A, B-A; D-E; E, & centrum K, datis tribus rationibus A Bad BC, IC ad KC, & ED ad DC, dabuntur etiam duæ reliquæ AI ad AE, & DK ad DB, modò tamen AE, BD parallelæ non sint; idcirco datæ sunt rationes AH ad AI ad AE, & DF ad DK ad DB, hoc est duæ rationes AH ad AE, & DF ad DB: at si æquidistantes fuerint BD, AE; minimè verò AC, GF, problema erit impossibile; quod, vt constet ducamus à puncto E lineam EL, que secet DF in L, & producta per E, secetur à recta EK, adeò vt LE ad EK sit vt FE ad EG, & iungatur BK secans AE in I. Erit igitur propter parallelas BF, AE, vt BH ad HG, ita BI ad IK; & vt FE ad EG, ita LE ad EK; rationes verò AB ad BC, & CD ad DE sunt ipsæ suppositæ; ergo si casus possibilis esset, deberet ratio AH ad HE esse eadem ac AI ad IE; item vt BD ad DF, ita oporteret esse BD ad DL, quod cum non sit, nihil certi potest determinari. tab. 8.  
fig. 66.

XV. & vltimo. Si rationes manifestandæ sint BH ad HG, & CD ad DE; cauendum est vt supra ac sint æquidistantes BG, CE quando duæ AC, GF non sunt parallelæ inter se; est autem hic casus similis superiori, itaque constat totum propositum.



H

PROP.



*Si ab extremo cuiusdam rectæ ad terminos alterius priori æquidistantis duas agamus lineas; inde ab altero extremo primæ parallelæ alia ducatur recta secans inter æquidistantes duas priores lineas: ratio parallelarum componetur ex duabus rationibus, quarum altera sit ex portionibus secantis lineæ; alia verò ex segmento, & tota recta inter æquidistantes interiecta, & in quam ipsa secans linea desinit, adeout omnia homologa contentina sint.*

tab. 8.

fig. 67.

**S** Int duæ æquidistantes lineæ  $DC, EK$ , & ab eodem termino  $D$  ducamus duas lineas ad terminos alterius æquidistantis, quæ sint  $DK, DE$ ; insuper ab alio termino  $C$  ducatur alia recta  $CIB$  secans  $DK$  in  $I$ , &  $DE$  in  $B$ . Dico rationem ex  $DC$  ad  $EK$  componi ex duabus rationibus  $C$  ad  $IB$ , &  $B$  ad  $DE$ . Quoniam,  $BC$  secat  $DC$  nam parallelarum, si producatur, alteri etiam  $KE$  protractæ occurret in  $A$ . Quoniam igitur  $DC$  ad  $EK$  componitur ex rationibus rectarum  $DC$  ad  $AE$  ad  $EK$ ; ut autem  $DC$  ad  $AE$ , ita  $DB$  ad  $BE$  propter parallelas; erit  $DC$  ad  $EK$  composita ex rationibus  $DB$  ad  $BE$ , &  $AE$  ad  $EK$ . Verum in primo elemento, cuius gravia  $AKD$ , & centrum  $B$  ratio rectæ  $AE$  ad  $EK$ , ponderum videlicet  $K$  ad  $A$  componitur ex rationibus gravium  $K$  ad  $I$  ad  $A$ ; rectarum nimirum  $DI$  ad  $DK$ , &  $AB$  ad  $BI$ , hoc est rectarum  $IC$  ad  $CA$ , &  $AB$  ad  $BI$ . Ergo ratio  $DC$  ad  $EK$  componetur ex rationibus  $DB$  ad  $BE$ ;  $IC$  ad  $CA$ ; &  $AB$  ad  $BI$ . Cumque  $IC$  ad  $CA$  fiat ex rationibus  $IC$  ad  $CB$  ad  $CA$ ; utque  $CB$  ad  $CA$ , ita sit  $DB$  ad  $DE$ ; erit  $DC$  ad  $EK$  composita ex rationibus  $DB$  ad  $BE$ ;  $IC$  ad  $CB$ ;  $BD$  ad  $DE$ ; &  $AB$  ad  $BI$ . Verum  $AB$  ad  $BI$  componitur ex rationibus  $AB$  ad  $BC$ , &  $BC$  ad  $BI$ ; est autem  $AB$  ad  $BC$ , ut  $EB$  ad  $BD$ ; ergo prædicta ratio  $DC$  ad  $EK$  componetur ex rationibus  $DB$  ad  $BE$ ;  $IC$  ad  $CB$ ;  $BD$  ad  $DE$ ;  $EB$  ad  $BD$ , &  $BC$  ad  $BI$ ; vel ex iisdem perturbatè sumptis, hoc est ex  $DB$  ad  $BE$  ad  $BD$  ad  $DE$ ;  $IC$  ad  $CB$  ad  $BI$ ; imò ex duabus  $BD$  ad  $DE$ ; &  $IC$  ad  $BI$ , quod &c.

## COROLLARIUM.

*Manifestum est, quod datis duabus rationibus  $BD$  ad  $DE$ ; &  $IC$  ad  $BI$ ; datur etiam ratio  $DC$  ad  $EK$  ex iisdem composita.*

PROP.



## PROP. XXI. THEOR. XVIII.

*Isdem suppositis, ac constructis; fiat insuper NO ad OP composita ex rationibus BE ad ED, & CI ad IB. Dico DI ad IK componi ex rationibus DB ad BE, & NO ad NP.*

Componitur AE ad EK ex rationibus AE ad DC ad EK; ut *tab. 8.*  
que AE ad DC, ita EB ad BD; & DC ad EK componitur *fig. 67.*  
(ex antecedenti) ex rationibus BD ad DE; & CI ad IB; ergo  
AE ad EK componitur ex rationibus EB ad BD ad DE; & CI  
ad IB; imò ex rationibus EB ad DE; & CI ad IB; hoc est AE  
ad EK est ut NO ad OP; componendo autem, deinde per conuer-  
sionem rationis, & conuertendo, erit EA ad AK, ut ON ad NP;  
At in elemento primo, cuius graua AKD, & centrum B, recta  
DI ad IK, hoc est pondus K ad D componitur ex rationibus gra-  
uium K ad E ad D, rectarum videlicet EA ad AK, & DB ad BE;  
vel ex NO ad NP; & DB ad BE; ergo constat propositum.

## COROLLARIUM.

*Paret quod datis duabus rationibus DB ad BE, & CI ad IB  
manifestabimus quoque rationem DI ad IK.*

## SCHOLIUM.

*Hinc cuique fas erit instrumentum elaborare, cuius beneficio, *tab. 10.*  
radiorum visualium interualla metiatur, nulla præcognita dis- *fig. 85.*  
tantia, aut iteratis stationibus, ut consuetum est.*

*Circa DE sint duæ regula parallela, EL immobilis circa E, Nouum in-  
BM verò mobilis circa D tanquam centrum, & ex puncto C sit *strumētū*  
ducta alia linea immobilis, quæ secet vbilibet lineam DE, dum- *pro distan-*  
modo punctum sectionis sit inter extrema DE, cuiusmodi est dis- *ti;* metien-  
linea CB. Propositum igitur sit obiectum K.*

*Posito oculo in E attollatur, vel deprimatur instrumentum  
donec linea visualis sit in directum cum regula EL, quod con-  
tinget quando per pinnacidia EL videbimus obiectum K, tum  
verò figatur, & confirmetur in eo sit instrumentum, ne possit in*

H 2

par-

partem ullam moueri, & ponatur oculus in D, & moueatur regula D M circa centrum D, donec intueamur p̄r pinnacidia D M idem punctum K per lineam visualement DK, quibus obseruatis notetur diligenter punctum I, sectio videlicet linearum BC, D M. His positis, quia duæ rationes BD ad DE, & IC ad BI, saltem proximè haberi possunt secundum numeros, dabitur etiam eodem pacto, quæ ex yisdem componitur, ratio videlicet DC ad EK (ex 20. propositione 2. huius) atq; adeo intelligemus quoties DC contrahatur in EK, quæ quidem est intervallum visualis EK ab oculo ad obiectum; sed eadem ratione (ex 21. propositione 2. huius) sciemus quoties DI metietur ipsam DK visualement alteram ab oculo ad obiectum: ergo &c.

**H**ÆC à me paucis perstricta, quam latè pateant, vides, benigne lector. Nulla enim sunt adeo implexa, rectarum sibi inuicem occurrentium ambages, quæ in nostris elementa non resoluantur; modo lineæ æalege se inuicem secant, ut sectione qualibet mutata, ceteras omnes variari necesse sit. Hinc datis duabus, aut tribus rationibus continget sæpe innumeras alias pate fieri; quod unusquisque in elemento secundo experiri potest, in quo, iunctis DB, BK, KD, ex 51. rationibus, datis duabus quibuslibet inueniet alias 49.

## FINIS CONSTRUCTIONIS STATICÆ.



Sum est appendicis loco adyccere his problematibus theoremata quædam, partim antiquis geometria legibus, partim Cavalieriâna methodo à me soluta, quamvis ex superius dictis minimè pendeant. Cum enim in circulo inutiliter quadrando, hæc omnia non inutiliter sint inuenta, par erat, ut in eodem volumine luce publica fruerentur, quamvis opportunius suis in tenebris latuissent.

AP-



# APPENDIX GEOMETRICA.

## PROP. I. THEOR. I.

*In quolibet triangulo rectangulo Scaleno Hypothenusa potestas ad eam maioris lateris, minorem; sed harum linearum potentia seorsim sumpta ad eam minoris lateris maiorem proportionem habent, quam ex oppositis angulus ad angulum.*



**S**IT triangulum  $ABC$  rectangulum in  $B$ , cuius Hypothenusa  $AC$ , maiorque latus  $BA$ . Dico prius  $AC$  ad  $AB$  potestate minorem habere proportionem, quam habeat angulus  $ABC$  rectus ad angulum  $BCA$ . Secetur  $AC$  bisariam in  $E$ , centroque  $E$ , ac intervallo  $EA$ , vel  $EC$  semicirculus  $ABC$  describatur, cuius quidem peripheria etiam per  $B$  punctum transibit (est enim angulus ad  $B$  rectus) deinde quia latus  $AB$  maius est latere  $BC$ , erit quoque arcus  $AB$  maior arcu  $BC$ ; atque adeo semicirculi peripheria  $ABC$  non erit in  $B$  puncto bisariam secta; secetur ergo, & punctum sectionis sit  $D$ ; quod quidem intra  $A$ , &  $B$  cadet; iunctis vero lineis  $DA, DE, DC, DB, BC, BE$ , excitentur insuper à punctis  $BD$  perpendiculares  $BG, DE$  ad  $AC$  diametrum, & linea  $DH$  secet bisariam angulum  $ADB$ ; tandem, quia angulus  $ADC$  duplus est anguli  $ADE$ , hoc est  $ADI$  (hoc enim facile deduci potest), itemque angulus  $ADB$  duplus anguli  $ADH$ ; erit permutando angulus  $ADC$  ad angulum  $ADB$ , sicut angulus  $ADI$  ad ipsum  $ADH$ ; estque angulus  $ADC$  minor angulo  $ADB$ ; (hoc enim in minori circuli segmento existit) ergo angulus  $ADI$  minor erit ipso  $ADH$ , atque adeo punctum  $H$  intra puncta  $I$ , &  $B$  cadet. His itaque positis, quia in triangulo  $ADB$  angulus ad verticem bisariam est sectus à linea  $DH$ , erit ut recta  $AD$  ad  $DB$ , ita basis segmentum  $AH$  ad  $HB$ , sed  $AI$  ad  $HB$ , & multò magis ad  $IB$  minorem proportionem habet, quam recta  $AH$  ad  $HB$ , videlicet  $AD$  ad  $DB$ ; recta verò  $AD$  ad  $DB$  habet etiam minorem  
pro-

tab. 8.  
fig. 68.

*Almag.*

proportionem, quam arcus AD ad arcum DB; ergo recta AI ad IB minorem habebit proportionem, quam dictus arcus AD ad arcum DB; componendo autem, atque per conuersionem rationis, habebit recta AB ad AI, seu AG ad AE maiorem proportionem, quam habeat arcus AD ad arcum AD, & consequentium dupla; est autem AC dupla ipsius AE, atque ADC peripheria dupla ipsius AD; ergo AG ad AC, videlicet quadratum AB ad quadratum AC maiorem habebit rationem, quam circumferentia ADB ad circumferentiam ADC, imò quam angulus AEB ad duos rectos; & eorum semisses, nimirum ACB angulus ad angulum rectum ABC; sed inuertendo quadratum AC ad quadratum AB minorem habebit proportionem, quam angulus ABC ad angulum ACB.

II. Dico quadratum AC ad quadratum BC, hoc est lineam AC ad lineam BC potentia, maiorem habere proportionem, quam angulus ABC rectus ad angulum BAC. Quoniam enim recta AG ad A maiorem habuit proportionem, quam circumferentia ADB ad circumferentiam ADC, habebit inuertendo recta AC ad AG minorem; sed per conuersionem rationis, recta AC ad CG maiorem habebit proportionem, quam circumferentia ADC ad BC; Verum, ut recta AC ad CG, ita quadratum CA ad quadratum CB; & ut circumferentia ADC ad CB, ita duo anguli recti ad angulum BEC; vel eorum semisses, hoc est vnus rectus ABC ad angulum BAC; quadratum igitur AC ad quadratum CB maiorem habebit proportionem, quam angulus rectus ABC ad angulum BAC.

III. Demùm dico quadratum AB ad ipsum BC maiorem etiam proportionem habere, quam angulus BCA ad BAC: nam (ut proximè demonstratum est) recta AC ad CG maiorem habet proportionem, quam circumferentia ADC ad ipsam CB; habebit ergo AG ad GC diuidendo, hoc est quadratum AG ad ipsum CB; seu quadratum AB ad BC maiorem rationem, quam circumferentia ADB ad ipsam BC, nimirum quam ACB angulus ad angulum BEC, & eorum semisses; hoc est angulus ACB ad angulum BAC, quæ &c.

++++

PROP.



## PROP. II. THEOR. II.

*Si ex circuli centro ad eiusdem diametrum perpendicularis excitetur, & à puncto eius, quod simul est in peripheria, linea ad terminos eiusdem diametri perducantur, fiatque in opposito semicirculo arcus, cuius dicta linea sint radij: Sumpto præterea & alio quolibet puncto, non autem circuli centro, in eadem perpendiculari; ab eo ad alterum diametri terminum recta ducatur, qua, ad partes dicti semicirculi oppositi, seu radio, circularis linea sit ducta, vel ita secetur, ut ad eiusdem circuli semiperipheriam eandem habeat proportionem, quam quadratum radij suppositi circuli ad id eius recte lineæ, quam ab a sumpto puncto deduximus; itemq; ab eodem linea deducatur ad alteram facti arcus extremitatem: Procreabitur ab his rectis quoddam rectilineum spatium, sed una cum duobus illis arcibus curvilineum aliud mixtum, quod priori aequale erit.*

**S**IT circulus ABC, cuius diameter AC, eiusque centrum D, *tab. 8.*  
 à quo linea ad rectos angulos erigatur supra AC; inde à puncto B, quod esse debet in sectione peripheriæ, ducantur lineæ *fig. 69.*  
 BA, BC, & centro B, intervalloque altera illarum BA, BC arcus CGA describatur; sumpto autem quolibet alio puncto E iungatur EA, ad cuius intervallum, facto centro in E, intelligamus arcum AKCH descriptum, qui ad eiusdem circuli semiperipheriam eandem habeat proportionem, quam quadratum ex DA ad quadratum ex EA, tunc denique iuncta EH, dico rectilineum spatium ABFE utrique spatium æquale esse, nempe menisco GKH, & circuli parti FCH. Sed fieri ipsa spatia prius ostendendum est. Iungatur CE; & quia puncta B, & E sumpsimus in perpendiculari DBE ex centro ad diametrum AC erecta patet dictos arcus AGC, AKCH per duos dictæ diametri terminos C, & A transire; deinde quia triangulum DEA rectangulum est in D; atque in primo casu latus DA maius est latere DE, in secundo autem minus illo; habebit quadratum ex EA ad quadratum ex AD in primo casu minorem; at in secundo maiorem proportionem, quam angulus BDA ad angulum DEA; quam duo videlicet recti ad angulum

angulum  $CEA$ ; imò quam semiperipheria circuli radij  $EA$  ad eiusdem circuli arcum  $CKA$ ; sed ut idem quadratum  $AE$  ad ipsum  $AD$ , ita eadem semiperipheria circuli radij  $EA$  ad arcum  $HKA$  eiusdem circuli; ergo in primo casu eadem semiperipheria ad arcum  $HKA$  habebit minorem, at in secundo maiorem rationem, quam ad arcum  $CKA$ ; & ideo in primo casu  $HKA$  peripheria maior erit, sed in secundo minor ipsa  $CKA$ , constatque, propterea in illo punctum  $H$  extra, in hoc autem intra circulum  $ABC$  cadere; quod cum ita sit secabitur linea  $CB$  ab ipsa  $HFE$ ; atque adeò fient proposita spatia. Hoc itaque præmissò iam quod propositum fuit ostendemus.

Quoniam recta  $BA$  dupla est potestate ipsius  $DA$  erit quadrans  $BGA$  duplus quadrantis  $BDA$ ; verum eiusdem quadrantis  $BDA$  duplus est etiam semicirculus  $CBA$ ; quadrans igitur  $BGA$  æqualis est semicirculo  $CBA$ ; verum quia quadratum  $DA$  ad quadratum  $AE$ , videlicet semicirculus  $CBA$  ad semicirculum radij  $AE$  eandem habet proportionem, quam arcus  $HKA$  ad semiperipheriam circuli eiusdem arcus; quam videlicet sector  $EHK$  ad semicirculum eiusdem sectoris, erit semicirculus  $CBA$ , quadrans videlicet  $BGA$  æqualis sectori  $EHK$ ; quod si commune auferatur spatium, remanebit ipsum  $FBAE$ , quod rectilineum est, æquale utrique & menisco  $GK$ , & spatio  $FHC$ , quod &c.

### PROP. III. THEOR. III.

*Iisdem positis si in primo casu  $DA$  ad  $AE$  fuerit potentia in subsesquitercia, & in secundo subquadrupla proportione, erit arcus  $CH$  duodecima pars semiperipheria ipsius circuli.*

**Q**uia primum in primo casu ponitur quadratum ex  $DA$  ad quadratum  $EA$ , ut 3 ad 4; erit arcus  $HKA$  ad semiperipheriam circuli eiusdem arcus, ut 3 ad 4, hoc est ut 9 ad 12. Rursus quia  $DA$  quadratum subsesquitercium est ipsius  $EA$ ; & triangulum  $DEA$  in semicirculo existit (quod angulus ad  $B$  rectus sit) erit  $DA$  latus inscripti trianguli æquilateri, & propterea angulus  $DEA$  sexta pars erit quatuor rectorum; ipsius verò duplum, tertia pars erit quatuor rectorum; sed duorum rectorum partes



GEOMETRICA.

65

partes erit; quare etiam circumferentia CKA ad semiperipheriam circuli eiusdem arcus erit, vt 2 ad 3; imò vt 8 ad 12; at inuertendo eadem semiperipheria ad eundem arcum erit, vt 12 ad 8; verùm arcus HKA ad eandem semiperipheriam fuit, vt 9 ad 12; ergo ex æquali arcus HKA ad arcum CKA erit vt 9 ad 8; inde per conuersionem rationis, & conuertendo erit differentia ipforum, nimirum arcus CH ad arcum CKA, vt 1 ad 8; idem verò arcus CKA ad semiperipheriam eiusdem circuli est, vt 8 ad 12; ergo rursus ex æquali erit arcus HC ad semiperipheriam circuli, vt 1 ad 12.

Et in secundo casu, quia ponitur quadratum ex DA ad ipsum ex AE esse vt 1 ad 4, erit & arcus HKA ad semiperipheriam ipsius circuli, vt 1 ad 4; est autem angulus AEC tertia pars duorum rectorum, hoc est circumferentia AHC ad semiperipheriam eiusdem circuli est vt 1 ad 3, vel vt  $1\frac{1}{3}$  ad 4; ergo inuertendo dicta semiperipheria ad eiusdem arcum AHC erit vt 4 ad  $1\frac{1}{3}$ ; ideoq; ex æquali arcus HKA ad arcum AHC erit vt 1 ad  $1\frac{1}{3}$ ; quare AKH ad HCE erit vt 1 ad  $\frac{4}{3}$ ; est autem semiperipheria circuli, cuius arcus AKH ad hunc ipsum arcum, vt 4 ad 1; ergo rursus ex æquali semiperipheria circuli, cuius arcus est HC ad hunc eundem arcum erit vt  $4\frac{1}{3}$ , seu vt 12 ad 1, quod &c.

PROP. IV. THEOR. IV.

*Si in vno oppositorum semicirculorum eiusdem circuli duo inscripti quadrati latera applicentur, fiatque in reliquo semicirculo arcus, cuius dicta latera sint radij; triangulum rectangulum isosceles, quod ab istis applicatis & diametro constituitur, spatio inter conuexam, & concavam peripheriam interiecto æquale erit.*

SIT circulus ABCD, atque AB, BC sint latera inscripti quadrati semicirculo ABC applicata, itaut ex his, & diametro AC constet triangulum ABC rectangulum isosceles; tùm verò centro B, intervallo BA, vel ipsi æquali BC arcus ADC describatur intra alium semicirculum ADC. Dico triangulum ABC æquale esse menisco D, ei nimirum spatio, quod inter concavam peripheriam suppositi circuli, & conuexam descripti arcus

tab. 8.  
fig. 71.

I

inter-

interijcitur. Est enim ostensum in secunda huius propositione, quod quadrans  $BAC$  sit æqualis semicirculo  $ACD$ ; si igitur auferatur commune spatium remanebit triangulum  $ABC$  æquale menisco  $D$ , quod &c.

## PROP. V. THEOR. V.

*Si in quodam semicirculo inscribatur quodlibet triangulum rectangulum; descriptis verò duobus semicirculis, quorum diametri sint latera circa angulum rectum inscripti trianguli, ita ut eorum peripheria extracirculum cadant; quod inter conuexam, & concavam peripheriam interijcitur spatium æquale erit inscripto triangulo.*

tab. 8.

fig. 72.

**S**IT semicirculus  $ABC$ , & inscriptum triangulum rectangulum sit  $ABC$ ; describantur semicirculi  $BCD$ ,  $ABE$ ; dico triangulum  $ABC$  duobus meniscis  $E$ ,  $D$  simul sumptis æquale esse. Nam semicirculus  $ABC$  super hypotenusam  $AC$  descriptus, duobus alijs semicirculis æqualis est, dempto propterea communi spatio; reliquum triangulum  $ABC$  æquabitur composito ex duobus reliquis meniscis  $E$ ,  $D$ , quod &c.

## PROP. VI. THEOR. VI.

*Si in altero oppositorum semicirculorum hemihexagonum inscribatur, in alio verò semicirculo & supra eius basim, segmentum cuiusdam circuli describatur qd simile, qua inscriptum semihexagonum supereminet; unum ex istis simul cum illo spatio inter conuexam, & concavam peripheriam interiecto æquale erit prædicto semihexagono.*

tab. 8.

fig. 73.

**S**IT circulus  $DE$ , cuius diameter  $AC$ , sitque  $AFC$  segmentum circuli, simile vni  $EGC$ , quod inscripto semihexagono  $ABEC$  superstat; dico hoc segmentum  $EGC$  vnà cum menisco  $EFC$  æquale esse hemihexagono  $ABEC$ . Quoniam  $AC$  quadrupla est ipsius  $EC$  potentia; erit figura  $AFC$  æqualis duplo segmento  $EGC$ , & duobus  $BE$ ,  $BA$  similiter inter se æqualibus; itaque cum semicirculus  $E$  semicirculo  $D$  sit æqualis, si à semicirculo



culo D auferantur tria segmenta CE, BE, BA; & à semicirculo E tollatur segmentum AFC deficiens vno segmento CGE, supererit semihexagonum ABEC æquale menisco FE excedenti segmento EGC, quod &c.

## PROP. VII. THEOR. VII.

*Cylindri portio duabus semiellipsibus, vel semicirculis contenta, quarum communis sectio sit secunda diameter, vna cum conuexa cylindri superficie inter easdem semisectiones conicas interiecta, subsesquialtera est cuiusdam ei circumscripti prismatis triangularis.*

**I**ntelligatur circumscriptum parallelepipedum, cuidam semicylindro, cuius oppositæ bases sint semicirculi; hoc autem vna cum sibi inscripto semicylindro secetur transversè plano aliquo, vt fiat in parallelepipedo sectio B K Q A, at in semicylindro B C A, & recta BA sit communis sectio secantis plani, atque parallelogrammi per axem, iuxta quod semicylindrus existit; tum verò per BA planum aliud transeat abscindens vtrunque solidum, faciatque sectionem B L P A in parallelepipedo, & in semicylindro ipsam B D A. Dico, quod portio cylindri contenta duabus semicylindri sectionibus, seu semiellipsibus B C A, B D A, atque ea cylindri curua superficie inter easdem semisectiones conicas interiecta, subsesquialtera est sibi circumscripti solidi (prismatis nempe triangularis, vt ostendemus) contingentis inscriptam portionem in punctis BA, & linea CD; sunt autem eius oppositæ bases triangula A Q P, K B L. Secetur BA bifariam in E, iunganturq; CE, ED. Quoniam planum K L P Q contingit portionem cylindricam secundum rectam CD, estque QK communis sectio planorum K L P Q, B K Q A, erit KQ contingens sectionem B C A in C; verum quia duo plana æquidistantia parallelepipedo, nempe K L P Q, & illud oppositum, in quo recta BA, secum plano AK, erit communis sectio QK contingens sectionem B C A in C æquidistans communi sectioni, vel secundæ diametro BA; & ideo iuncta EC erit semidiameter coniugata ipsius BA. Similiter ostendemus LP contingentem sectionem B D A in D, æquidistantem esse eidem BA, proptereaue ED semidiameterum

tab. 9.

fig. 74.

metrum esse coniugatam eiusdem  $BA$ . Deinde quia  $KB, QA$  sunt communes sectiones plani secantis  $KA$ , duorumque æquidistantium triangulorum  $KB, QAP$  (sunt enim partes duorum æquidistantium planorum parallelepipedum) & contingunt ipsa triangula cylindri portionem in punctis  $BA$ ; erunt duæ rectæ  $BK, AQ$  non tantum parallelæ inter se, verum etiam contingentes sectionem  $B, CA$  in punctis  $BA$ ; ex quo sequitur, quod dictæ  $BK, AQ$  sint etiam æquidistantes eidem semidiametro  $CE$ . Pariterque eodem vsu ratiocinio ostendemus rectas  $BL, AP$  in iisdem duobus punctis  $BA$  sectionem  $B, DA$  contingere, & esse inter se, & eidem semidiametro  $ED$  parallelas, quare spatia  $KA, BP$  erunt parallelogramma, & idcirco  $QK, PL$  erunt inter se parallelæ, ac æquales, utpote æquales vnitertæ  $BA$ , ex quo fit, ut spatium  $KP$  parallelogrammum sit; itaque circumscriptum solidum  $QBP$  prisma erit, cuius oppositæ bases triangula sunt  $KB, L, QAP$ . Extendamus insuper per rectam  $KL$ , & punctum  $E$  planum abscindens prisma, & circumscribam cylindri portionem, sitque prismatis sectio triangulum  $KE, L$ ; tum denique per quodlibet assumptum punctum  $F$  in linea  $BA$  planum aliud agamus æquidistans ipsi  $CDE$  secans pyramidem  $KB, L, E$ , & rursus utrumque dictum solidum, sintque ductorum planorum sectiones  $GN, F, IMF, HFO$ ; & quoniâ idem planum  $KA$  secat plana inter sese parallelâ triangulorum  $QPA, CDE, IMF, KLB$ , erunt omnes communes sectiones  $QA, CE, IF, KB$ , inter se æquidistantes, itemque omnes  $AP, ED, FM, BL$ , pariterque  $QP, CD, IM, KL$ ; quare, ut  $BE$  ad  $EF$ , ita  $KE$  ad  $EG$ , atque  $LE$  ad  $EN$ . Cum igitur duæ istæ postremæ rationes similes sint, necesse est rectam  $GN$  æquidistantem esse ipsi  $KL$ . Præterea quia quadratum ex  $CE$  ad quadratum ex  $HF$  est ut rectangulum  $AE, B$  ad rectangulum  $AF, B$ ; & in eadem ratione est etiam quadratum ex  $ED$  ad quadratum ex  $FO$ ; erit recta  $CE$  ad  $HF$ , ut  $ED$  ad  $FO$ ; estque angulus  $HFO$  equalis angulo  $CED$  (quod  $CE$  æquidistat ipsi  $HF$ ; &  $ED$  ipsi  $FO$ ) triangula igitur  $CED, HFO$  similia erunt, & propterea etiam latus  $HO$  parallelum erit ipsi  $CD$ , quod est latus cylindri, ex quo sequitur eandem  $HO$  rectam lineam esse, utpote cylindri latus; Itaque cum  $HO$  parallelâ sit rectæ  $CD$ , erit item parallelâ rectis  $IM, KL$ , &  $GN$ ; atque hoc pacto triangula  $CED, IFM, KBL, GNF$ , &  $HOF$  similia sunt. His ostensis, quia quadratum  $CE$ ,  
hoc

21. primi  
cantic.



hoc est ipsum IF ad quadratum FH est, vt rectangulum AEB ad *ibidem.*  
 rectangulum AFB; erit per conuersionem rationis rectangulum  
 AEB, hoc est quadratum EB ad quadratum EF, vt quadratum IF  
 ad excessum sui ipsius supra quadratum HF; verum, vt quadra-  
 tum BE ad quadratum EF, ita quadratum KB, seu IF ad quadra-  
 tum GF; quare vt quadratum IF ad dictum excessum, ita idem  
 quadratum IF ad ipsum GF; & propterea quadratum GF æquale  
 erit excessui quadrati IF supra HF quadratum; hoc est quadratum  
 HF vnà cum quadrato GF æquale erit quadrato IF; Imò trian-  
 gulum IFM prismatis CLE æquale erit triangulo GFN pyrami-  
 dis KBLE vnà cum triangulo HFO semicylindricæ portionis;  
 pariterque triangulum CED eiusdem prismatis æquale erit tri-  
 angulo semiportionis dictæ CEDB, nempe sibi ipsi; cumque  
 etiam triangulum KBL prismatis æquale sit triangulo pyramidis,  
 hoc est sibi ipsi, erunt omnia triangula semiprismatis CLE æqua-  
 lia omnibus triangulis dictæ semiportionis cylindri vnà cū omni-  
 bus triangulis pyramidis KBLE: hoc est semiprisma CLE æquale  
 erit semiportioni cylindri CEDB vnà cum pyramide KBLE,  
 atque adeo totum prisma æquabitur toti portioni CADB vnà  
 cum duplo dictæ pyramidis; verum duplum eiusdem pyramidis  
 tertia pars est totius circumscripti prismatis, ergo duæ reliquæ  
 tertiæ partes eiusdem prismatis æquales erunt expositæ portioni  
 cylindri, & idcirco hæc eadem subsesquialtera erit prædicti cir-  
 cumscripti prismatis QBP, quod &c.

## COROLLARIUM I.

*Ex vi huius demonstrationis patet, quod, si descripta ille,  
 cylindri portio secetur quolibet plano HFO æquidistante ipsi  
 CED, vnumquodque segmentum ipsius, cuiusmodi est HFOB  
 æquale est sibi circumscripto prismati IFL, dempto ex eo pyra-  
 midis frusto latente in eodem prisma: pariterque aliud seg-  
 mentum reliquum æquatur sibi circumscripto prismati QAM,  
 ablati tamen pyramidibus KBLE, GNFE.*

## COROLLARIUM II.

*Item constat triangulum compositum ex semidiamentris con-  
 iugatis distarum duarum semiellipsium, vel semicirculorum,  
 vnà cum ea parte lateris cylindri inter easdem semidiametros  
 interiecta, hoc est triangulum CED basi circumscripti prisma-  
 tis æquale esse.*

PROP.

## PROP. VIII. THEOR. VIII.

*Si per eandem rectam iacentem in plano parallelogrammi, quod est basis semicylindri tria eundem semicylindrum secantia plana extendantur, ut sectiones semiellipses fiant, vel semicirculi: quam proportionem habent lineæ iungentes vertices dictarum semiellipsium vel semicircularum amplectentium portiones cylindricas, eandem inter se obtinebunt portiones ipsarum: eruntque dictæ iungentes in eodem cylindri latere.*

tab. 9.  
fig. 75.

**S**IT semicylindrus, cuius bases semicirculi ABC, IGH; & per rectam ED iacentem in parallelogrammo AH agantur tria plana, quarum sectiones semiellipses sint aut circuli, EBD, EMD, EGD; deinde (cum centra basium sint KL) iungatur KL, quæ erit axis cylindri; Inde à puncto L ducta perpendiculari LB, semidiametro nempe coniugata ipsi AC, transeat per hanc, & axem LK planum semicylindrum secans, quod faciat sectionem LBGK parallelogrammum, & secet plana semiellipsium, vel semicircularum, ut communes sectiones sint FB, FM, FG; erunt puncta BMG (ut ostendemus) vertices dictarum semi-sectionum conicarum. Dico portionem cylindri, quam amplectuntur duæ semi-sectiones EBD, EGD, ad portionem contentam duabus EBD, EMD, esse ut est linea BG ad BM. Intelligamus ductum planum æquidistans parallelogrammo per axem AH, ut secet cylindrum, eritque sectio parallelogrammum; & communis sectio huius secantis plani & parallelogrammi LG, nempe recta ON æquidistans erit axi LK, & propterea etiam lateribus cylindri, quæ simul sunt in secante plano, ex quo fit, ut omnes lineæ ductæ intra has tres æquidistantes, nempe ST, XY, VZ, PQR similiter secentur à recta ON (sunt enim communes sectiones dicti secantis plani, ac dictarum semi-sectionum) cumque dictum planum secans sit æquidistans parallelogrammo AH, erunt rectæ XY, VZ, PR æquidistantes eidem ED, sed linea ST ipsi AC; & ideo sicuti TS bifariam secatur in N ab ipsa BL, imò ab ipsa NO; ita & linea PR bifariam in Q secabitur ab eadem NO, hoc est ab ipsa FG; idem dic de reliquis lineis XY, PR; quare constat rectas BF, MF, GF, esse semidiametros coniugatas diametro ED communi



muni semiellipsibus, vel semicirculis  $EBD$ ,  $EMD$ ,  $EGD$ ; ideoque perspicuum est puncta  $BM$  esse vertices earundem semisectionum. Itaque (ut tandem propositum ostendamus) cum portio cylindri  $EGDB$  ad portionem  $EMDB$  sit ut prisina priori portioni circumscriptum, cuius basis æqualis est triangulo  $BFG$ , ad prisina aliud alteri portioni circumscriptum basim habens triangulum ipsi  $BFM$  æquale; estque utrique prismati altitudo communis, dupla nempe perpendicularis eius, quæ à puncto  $E$  ducetur ad planum parallelogrammi  $LG$ ; erunt inscriptæ portiones inter sese, ut triangulum  $BFG$  ad triangulum  $BFM$ , imò ut recta  $GB$  ad  $BM$ , quod &c.

## PROP. IX. THEOR. IX.

*Ostendendum est in hac sequenti figura, quod prisma, cuius oppositæ bases sunt triangula  $AI3$ ,  $DF6$ , unâ cum coprismate, cuius oppositæ bases sunt triangula  $LY1$ ,  $EFZ$ , dempto quadruplo pyramidis, cuius basis  $KXM$ , & vertex  $V$ , cum illo prismate item ablato, cuius basis triangulum  $AL9$ , unumque latius recta  $AD$ , æquale est duabus cylindri portionibus  $L98E5G$ , &  $L7E5G$ .*

**S**IT cylindrus duobus planis diuisus, ita ut sectiones  $A98D$ , *tab. 9. fig. 76.*  $AGD$  sint segmenta ellipsium, vel circulorum, quæ secant sese secundum rectam  $AD$  supra centrum  $V$  circuli vel ellipsis  $AGD$ ; secta verò bifariam  $AD$  in  $T$  iungatur  $TV$ , quam utrinque protrahamus, ut occurrat circulo, vel ellipsi  $AGD$  in punctis  $CG$ ; inde sumpta  $GS$  æquali ipsi  $CT$ , per puncta  $V, S$ , &  $G$  agantur æquidistantes rectæ  $AD$ , ut sunt  $VMR$ ,  $LSE$ , &  $HG$ , quæ utrinque productæ occurrant duabus iunctis  $AL$ ,  $DE$  protractis in puncta  $I$ , &  $F$ ; tum autem duc  $G8$  latus cylindri, & à punctis  $I, F$  lineas  $I3$ ,  $F6$  æquidistantes eidem lateri  $G8$ , occurrentesque lineæ transeunti per  $8$  parallelæ ipsi  $IGF$ , in punctis  $3, 6$ ; iunctis præterea rectis  $3A$ ,  $6D$ , &  $T$ , extendamus per lineas  $3I$ ,  $IA$  planum secans cylindri portionem intra proposita segmenta interceptam, faciatque in ipsius superficie conuexa, oculisque subiecta lineam  $9L$ . Et quia  $3I$  parallelæ est cylindri lateri  $G8$ , imò axi eiusdem cylindri, & recta  $ILA$  parallelæ est ipsi  $GC$ , cum pla-

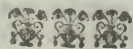
num C 8 G per axem extensum, sit æquidistans plano per 3 I, I A; erit recta 9 L latus cylindri, & ideo parallela lineæ G 8; Indè ducta à centro V lineæ V K, diametro nempe parallelogrammi contenti lineis B V, V G in angulo B V G, agatur in plano trianguli A I 3 lineæ K X ipsi 3 I æquidistans, & M X, L Y eidem 3 A parallela; conueniantque M X, K X in puncto X; recta verò Y 7 Z æquidistet ipsi I F. His suppositis concipiamus prismata, cuius oppositæ bases triangula A I 3, D F 6; itemq; aliud bases habens oppositas triangula L Y I, E F Z; indè pyramidem, cuius basis triangulum M K X, vertex autem punctum V. Dico prædicta duo prismata, dempto composito ex quadruplo dictæ pyramidis, & prismate, cuius basis triangulum A L 9, & altitudo eadem, quam habent prædicta duo prismata, æquale esse duabus cylindri portionibus L 9 8 E 5 G, L 7 E 5 G.

Quoniam quadratum I A æquale est quadratis A L, L I, vnà cum duplo rectanguli A L I, erit quadratum I A æquale quadrato A L vnà cum duplo rectanguli A I L, dempto quadrato I L; sed duplo rectanguli A I L æquatur duplum quadrati M K; ergo quadratum I A æquale erit quadrato A L vnà cum duobus quadratis M K - L I; propterea triangulum A 3 I maioris prismatis æquale erit triangulo A 9 L portionis cylindri, simul cum duplo trianguli M K X pyramidis, dempto triangulo L Y I prismatis minoris (sunt enim hæc triangula inter se similia, & similiter descripta super lateribus dictorum quadratorum). Præterea quia duplex rectangulum B H P, hoc est duplex quadratum O N, superat duplum rectanguli R P H duplici rectangulo Q H P, & quadrato P H bis item assumpto, hic autem excessus æquatur quadrato Q H - Q P + P H; erit duplex quadratum N O maius quam duplum rectanguli R P H quadrato Q H - Q P + P H, vel, quod idem est, duplum quadrati N O - Q H + Q P - P H æquale erit duplici rectangulo R P H; additisq; communiter quadratis R P, P H; quadratum R H æquale erit duplici quadrato N O, vnà cum quadratis Q P, R P - Q H: nam addendo quadratum P H ad - P H nihil remanet. Quare etiam triangulum R 4 H maioris prismatis æquale erit triangulis sibi ipsis similibus, & similiter descriptis super dictis quadratorum lateribus tanquam basibus, nempe duplici triangulo, cuius basis N O prædictæ pyramidis, vnà cum illo, cuius basis R P cylindri portionis inscriptæ maiori prismati, simul etiam



etiam cum eo triangulo in basi  $QP$  constituto, cylindri portionis inscriptæ minori prismati, dempto triangulo  $QH_2$  eiusdem minoris prismatis.

Tandem quia quadratum  $TG$  æquale est sibi ipsi vnà cum quadrato  $SG$  eodem dempto, erit triangulum  $TG$  8 maioris prismatis æquale eidem triangulo  $TG$  8 portionis maioris cylindri vnà cum triangulo  $SG$  7 minoris cylindri portionis, dempto eodem triangulo  $SG$  7, utpotè prismatis minoris; Cum igitur omnia triangula  $AI_3$ ,  $RH_4$ ,  $TG$  8 &c. semiprismatis maioris, æqualia sint duplo omnium triangulorum pyramidis  $MXKV$ , nempe  $MKX$ , eorumque quorum bases  $NO$  &c. vnà cum omnibus triangulis, nempe  $AL_9$ ; iisque quorum bases  $RP$ ,  $TG$  &c. maioris semiportionis cylindri inscriptæ prædicto maiori semiprismati, simul cum omnibus triangulis, nempe  $SG$  7, iisque quorum bases  $QP$  &c. minoris semiportionis cylindri inscriptæ minori semiprismati  $LYG$ , demptis tamen omnibus triangulis  $LIY$ ,  $QH_2$ ,  $SG$  7 &c. dicti semiprismatis minoris; erit semiprisma, cuius oppositæ bases triangula  $AI_3$ ,  $TG$  8 æquale duplo pyramidis, cuius basis triangulum  $MKX$ , & vertex  $V$ , vnà cum duabus semiportionibus cylindri (quarum maior est illa, quæ intercedit inter duo triangula  $AL_9$ ,  $TG$  8; altera verò est comprehensa à minori semiprismate  $TLG$ ) dempto eodem semiprismate. Quod si minus hoc semiprisma addatur communiter, auferatur verò illud, cuius basis triangulum  $AL_9$  in eadem altitudine in qua sunt duo dicta semiprismata, supererit prisma, cuius basis trapezium  $L_9$  3 I in eadem prædicta altitudine, quod vnà cum minori semiprismate æquale erit duplo dictæ pyramidis simul cum duabus semiportionibus cylindri, quarum maior later inscripta sub dicto quadranguli semiprismate, alia verò sub minori; Et eorum duplicia, hoc est prisma 9 3 IL 6 vnà cum prismate  $YLIZ$  erit æquale quadruplo pyramidis, cuius basis triangulum  $MKX$ , & vertex  $V$ , vnà cum duabus portionibus cylindri  $L_9$  8 E  $SG$ ,  $L_7$  E  $SG$ ; si igitur auferatur communiter quadruplum dictæ pyramidis erunt dictæ duæ cylindri portiones æquales solido rectilinetico quod remanet ablato prædicto quadruplo, quod &c.



K

PROP.

## PROP. X. THEOR. X.

*Annulus hyperbolicus, cuius sectio per axem sint oppositæ sectiones sublesquialter est cylindri eius, cuius altitudo est eadem annuli, basis verò circulus ille genitus ex asymptotorum conuersione, cuius circumferentia, & annuli ora sunt in eodem plano, atque concentrica.*

tab. 9.

fig. 77.

**C**irca eundem axem MN intelligantur hæc solida rotunda, cylindri nempe, quorum per axem rectangula sint CD, LH, TO; conii duo, quorum per axem triangula LGK, SGH; & demum annulus hyperbolicus, cuius sectio per axem sint oppositæ sectiones CBA, EFD, quarum asymptoti LGH, KGS, easque contingant in punctis BF rectæ TBV, RFO; Dico annulum hunc sublesquialterum esse cylindri LH. Ab assumpto quolibet puncto  $\dagger$  agatur planum æquidistans circulo, cuius diameter recta LK, secans cylindrum TO, conum LGK, & tympanum hyperbolicum CBADFE; erunt sectiones circuli, quorum diametri existent in eodem plano parallelogrammi CD,  $\Psi$ Y,  $\Re$ Z, QP. Quoniam igitur rectangulum CKE æquale est quadrato GF, hoc est MK; rectangulum verò CKE vnà cum quadrato MK, æquale est quadrato ME; erit quadratum MR vnà cum quadrato MK, æquale quadrato ME, & eorum dupla; quare circulus, cuius diameter TR, vnà cum illo, cuius diameter LK, æqualis erit circulo, cuius diameter CE; & eadem prorsus ratione circulus, cuius diameter VO, vnà cum circulo, cuius diameter SH æqualis erit circulo, cuius diameter AD. Rursus rectangulum QZP, hoc est quadratum GF, imò ipsum  $\dagger$  Y æquale est simul cum quadrato  $\dagger$  Z quadrato  $\dagger$  P, ergo circulus, cuius diameter  $\Psi$ Y, vnà cum illo, cuius diameter  $\Re$ Z æqualis erit circulo, cuius diameter QP; circulus verò BF est communis vtrique solido cylindri, nempe TO, & prædicto Tympano; ergo cum constet, quod circuli omnes cylindri TO, vnà cum omnibus duorum conorum LGK, SGH, sint æquales circulis omnibus tympani hyperbolici CBADFE, erit tympanum istud æquale cylindro TO, vnà cum duobus conis LGK, SGH; sed cylindrus TO æqualis est differentiæ  
cylindri



cylindrorum LH, CD; & duo conī SGH, LGK tertia pars sunt simul accepti cylindri LH; Tympanum igitur prædictum æquale erit tertiæ parti cylindri LH, vnà cum differentia cylindrorum CD, LH; & idèd excessus, quo cylindrus CD superat aggregatum tertiæ partis cylindri LH, & differentia cylindrorum CD, LH, qui excessus est; cylindri LH, æqualis erit annulo hyperbolico CBA, DFE, quod &c.

PROP. XI. THEOR. XI.

*Portio conoidis hyperbolici, æqualis est cono portionem conoidis continenti, demptis duobus solidis, quorum alterum est conus, cuius axis æquatur dimidio transuersi lateris genitricis hyperbolæ, basis verò est sectio dicti conī continentis contingens portionem, eiusq; basi æquidistans; aliud verò solidum cylindrus est, cuius basis est illa dempti conī, & axis idem conoidis.*

SIT conoides hyperbolicum, cuius sectio per axem FS sit hyperbolæ RFQ; sed conī continentis sit sectio per eundem axem triangulum ABC; erunt igitur lineæ BA, BC asymptoti, & FB semilatus transuersum eiusdem hyperbolæ RFQ. Sit deinde planum contingens conoides in F (quod æquidistans erit plano basis conoidis) & propterea sectio, quæ fit in cono ABC circulus erit, cuius diameter lineæ ED, & centrum F. Concepto denique in eadem hac basi cylindro, cuius parallelogrammum per axem FS sit EOPD. Dico conoides RFQ æquale esse cono ABC, demptis cono EBD, cylindroque EP. Sumatur in axe FS quodlibet punctum K, per quod planum agatur æquidistans plano contingenti conoides in F, ita vt secet conum conoides continentem, cylindrum, & conoides ipsum; eruntq; sectiones circuli, quorum diametri erunt lineæ NI, LG, MH. Itaque quia 10. secundi conic. rectangulum AQC, hoc est quadratum FD, imò ipsum SP, vnà cum quadrato SQ æquale est quadrato SC; item quia rectangulum NHI, hoc est quadratum FD, videlicet ipsum KG, vnà cum quadrato KH, æquale est quadrato KI; & denique, cum quadratum FD æquale sit sibi ipsi, constat quadrata omnia, imò omnes circuli, quorum diametri AC, NI, ED &c. frusti AEDC conī

K 2

conti-

continentis conoides æquales esse omnibus circulis circa diame-  
tros R Q, M H &c. conoidis, vnâ cum omnibus circulis cylindri  
E P, quorum diametri O P, L G, E D &c.. Quod cum ita sit conus  
A B C æqualis erit conoidi R F Q, vnâ cum cono E B D, & cylindro  
E P; hoc est conus A B D, demptis cono E B D, cylindroue E P,  
æqualis erit conoidi R F Q, quod &c.

PROP. XII. THEOR. XII.

*Si con frustum intra duo parallela plana interceptum comprehendat conoidis hyperbolici portionem, ita ut utraq; solida in eadem basi consistant, atque secundum huius basis circumferentiam se mutuo contingant, portio conoidis equalis erit conifrusto, dempto ex eo cono illo, cuius altitudo est communis portioni, basis verò communis est circulus.*

tab. 10. **C**irca eundem axem CF intelligantur portio conoidis hyper-  
fig. 79. bolici, & frustum coni, sintque eorum figura genitricæ  
ACE hyperbole, & ABDE trapezium, ita ut duo latera AB, DE  
contingant hyperbolam in punctis AE; latiusque BD paralle-  
lum ipsi AE in puncto C; Iunctis deinde lineis AC, AD con-  
cipiamus conum, cuius triangulum per axem AC sit BAD.  
Dico conoidis portionem ACE æqualem esse coni frusto ABDE,  
dempto ex eo cono BAD.

Sumatur in axe CF quodlibet punctum O, perque illud agatur planum basi AE parallelum, quo plano secentur tria illa, concepta solida, sectiones autem sint circuli IN, LH, IP.

16. *terij conic.* Quoniam, vt quadratum contingentis CB ad id contingentis BA, ita est rectangulum HIL ad quadratum IA, erit permutando quadratum BC ad rectangulum HIL, vt quadratum BA ad ipsum AI, vel, vt quadratum BC ad ipsum IK; quadratum igitur BC ad rectangulum HIL eandem habet rationem, quam ad quadratum IK; & propterea quadratum IK æquabitur rectangulo HIL: verum rectangulum HIL, vnâ cum quadrato LO æquale est quadrato IO; quadratum igitur IO æquale erit duobus quadratis LO, IK simul sumptis; quare etiam circulus IN, cuius radius IO æqualis erit duobus circulis IP, LH, quorum radij IL, LO.

6. *secundi.*



GEOMETRICA.

77

Iam assumpta eadem regula AE circuli omnes AE, IN, BD &c. frusti conii ABDE æquales sunt omnibus circulis AE, LH &c. conoidis portionis, vnà cum omnibus circulis IP, BD &c. conii BAD; ex quo sequitur, quod portio conoidis hyperbolici ACE, vnà cum cono BAD æqualis sit frusto ABDE, & dempto communiter cono BAD, erit conoidis portio ACE æqualis frusto ABDE, dempto ex eo cono BAD, quod &c.

PROP. XIII. THEOR. XIII.

*Hemisphærij centrum grauitatis est punctum illud, in quo axis sic diuiditur, vt pars, quæ est ad verticem sit ad reliquam, vt 5 ad 3.*

SIT hemisphærium ABC, & axis eius FB sectus sit in O, itaut tab. 10.  
BO ad OF habeat eam rationem, quam 5 ad 3. Dico pun- fig. 80.  
ctum O esse centrum grauitatis dicti hemisphærij. Intelligatur in  
eadem basi AC, & circa eundem axem BF cylindrus AD, item  
& conus EFD, cuius basis ED; secentur verò hæc solida eodem  
plano HIKMNG parallelo basi AC, vel ED. Iam patet axem  
BF transire per centrum circulorum omnium AC, HG, ED, cy-  
lindri AD; pariterque eundem axem transire per centra omnium  
circulorum conii DFE, & hemisphærij CBA; & quia circulus  
ED sibi ipsi æqualis est ac concentricus; itidem circulus HG  
æqualis est duobus sibi concentricis circulis NI, MK (nam rec-  
tangulum HNG, hoc est quadratum GC, siue FQ, vel QM, vnà  
cum quadrato QN æquale est quadrato QG) & denum circulus  
AC æquatur sibi ipsi; erit in axe BF tanquam libra, in puncto B  
idena pondus, siue ibi suspensus sit circulus ED cylindri DA, siue  
in eodem puncto grauitet conii DFE circulus DE; eademque  
ratione in puncto Q erit eadem grauitas, siue ex eodem puncto  
suspensus sit circulus HG cylindri EC, siue magnitudo compo-  
sita ex duobus circulis KM, NI conii, & hemisphærij. Demum  
quia tam circulus AC cylindri æque ponderat in E, quam ipse AC  
circulus hemisphærij; liquidò constat omnes circulos ED, HG,  
AC, &c. cylindri EC idem centrum grauitatis obtinere, ac com-  
positum ex omnibus circulis conii ED, KM &c., & omnibus IN,  
AC &c. hemisphærij: hoc est patet cylindrum EC concentricum  
esse

esse compositæ magnitudini ex cono DFE, hemisphærioque CBA in descripta illa positione manentibus. Itaque in puncto L dimidio axis BF erit centrum gravitatis dictæ compositæ magnitudinis: sumpta modo BP dimidia ipsius BL, quarta videlicet parte ipsius BF, constat punctum P esse coni DFE centrū gravitatis. Quoniam verò BO ad OF est vt 5 ad 3, erit BF ad FO, vt 8 ad 3, sed ad LO, vt 8 ad 1; quare BL ad LO erit vt 4 ad 1, & PL ad LO, vt 2 ad 1; conus autem DFE ad hemisphærium CBA est vt 1 ad 2; ergo cum sit reciprocè vt DFE conus ad hemisphærium CBA, ita longitudo OL ad LP perspicuum est punctum O esse centrum gravitatis hemisphærij CBA, quod &c.

39. primi  
Luca Vale-  
rii de cōtro  
gravitatis.

## SCHOLIUM.

Eodem prorsus ratiocinio, quo supra usi sumus, conoidis hyperbolici centrum gravitatis invenitur, attenta videlicet undecima propositione huius, vel etiam duodecima.

## PROP. XIV. THEOR. XIV.

Omnis portionis conoidis parabolici centrum gravitatis est punctum illud, in quo axis sic dividitur, vt pars quæ est ad verticem reliqua sit dupla.

tab. 10. SIT portio conoidis parabolici ABC, cuius axis BD sece-  
fig. 81. rur in E, ita vt BE dupla sit ED. Dico punctum E esse centrum gravitatis eiusdem portionis. Intelligatur enim triangulum, cuius vertex B, basis verò diameter AC, quod triangulum vnà cum portione conoidis eodem plano FK parallelo basi AC abscindatur, sitque trianguli sectio linea IG, portionis autem esto circulus, cuius diameter KF. Patet omnes circulos conoidis AC, FK &c. concentricos esse omnibus lineis AC, GI &c. trianguli. Item conspicuum est centra vtrarumque magnitudinum in eodem axe BHD reperiri. Itaque quia quadratum AD ad ipsum FH; circulus nempe AC ad ipsum FK est vt linea DB ad BH, imò vt AC ad GI; si axis BD veluti libra concipiarur, erit in eodem puncto ipsius, tum centrum gravitatis compositæ magnitudinis ex omnibus circulis AC, FK &c. portionis; tum illud compositæ  
cx

22. primi  
conic.

Lemma 22.  
in libro de  
dimensione  
parabolæ  
Euag. Tor-  
ricellij.



GEOMETRICA.

79

ex omnibus lineis AC, GI &c. trianguli, hoc est portio conoidis concentrica erit triangulo ABC. Verum quia trianguli ABC centrum gravitatis est punctum E; erit idipsum centrum gravitatis portionis conoidis parabolici AFBKC, quod &c.

PROP. XV. THEOR. XV.

*Solidum rotundum hyperbolicum infinitè latum aequale est cylindro, cuius oppositæ bases sunt solido communes, una cum alio cylindro recto, cuius altitudo est semiaxis solidi, semidiameter verò basis est linea aequalis medietati proportionali inter totum axem, eiusque dimidium oppositarum sectionum, quæ coniugatae appellantur, eaque sunt, quæ in eodem plano per solidi axem immisso cernuntur.*

SIT hyperbola EB, & asymptoti eius ED, DC contineant tab. 10.  
 angulum rectum EDC, sumptoque in hyperbola EB quo- fig. 82.  
 liber puncto B ab ipso ducatur BC æquidistans DE; figuræ verò  
 EBCDE infinitæ longitudinis versus E intelligatur e regione  
 sita EDFGE prædictæ similiter æqualis, adeo ut linea FDC  
 unica recta sit, & figura ex ambabus illis composita sit EBCF  
 GE sine fine longa; tum circa axem FC convertatur com-  
 posita hæc figura, ut fiat solidum rotundum infinitè latum,  
 eiusque per axem sectio sit figura EBKLG E. Iam quia hyper-  
 bolis GE, EB, IK, LK, asymptoti FDC, KDE communes sunt,  
 erunt dictæ quatuor hyperbolæ sic constitutæ sectiones oppositæ,  
 quæ coniugatae nuncupantur, & duo ipsarum coniugati axes erunt  
 inter se æquales. Esto igitur eorum alter MDH, & à puncto H  
 ducta linea HSN asymptoto EK æquidistante, iungatur NM,  
 quæ erit parallela rectæ DS, nempe alteri asymptoto FC (est  
 enim MH ad HD, ut NH ad HS) cumque angulus EDC rectan-  
 guli HSD ab ipsius diametro DH bifariam secetur, erit rectan-  
 gulum HSD quadratum, quod cum sit circa diametrum MH  
 alterius rectanguli HNM, hoc etiam quadratum erit; latus verò  
 ipsius HN medium erit proportionale inter totum axem MH, eius-  
 que dimidium HD. Dico univèrsum solidum EFKC infinitè  
 extensum ex partibus EK æquale esse cylindro recto, cuius basis  
 æqualis sit circulo circa semidiametrum HN, axis verò sit  
 recta

recta DC, vnà cum cylindro GI, cuius axis FC. Intelligantur superficies cylindricæ quotlibet BGLI, HM, QQ, circa eundem axem FC, atque intra solidum infinitè extensum EFKC, & quia rectangula DCI, DRN, D + P sunt inter se æqualia, erunt etiam ipsorum quadrupla, nempe rectangula LIB, MNH, OPQ æqualia inter se. Verùm quia superficies cylindrica GBLI ad circumulum, cuius radius XZ, est vt rectangulum LIB ad quadratum XZ, nempe ad rectangulum quadratum MNH, quæ spatia sunt æqualia, erit dicta superficies cylindrica GLIB æqualis circumulo, cuius radius XZ; eademque ratione superficies cylindrica MH æqualis erit circumulo, cuius radius NH; itemq; superficies QQ circumulo, cuius radius TV æqualis erit; & hoc semper verificatur vbi-  
*22. secundi conic.*  
*5. primi Euang. Torricelly de sphaera &c.*  
 cunque accepta sint puncta INP. Cum igitur omnes cylindricæ superficies GLIB, HM, QQ, &c., æquales sint omnibus circumulis, quorum semidiametri XZ, NH, TV, &c. patet vniuersum solidum rotundum infinitè latum EFKC æquale esse cylindro recto, cuius altitudo est DC, solidi nempe semiaxis, & basis circumulus, cuius radius SR, seu NM est media proportionalis inter totum axem HM, eiusq; dimidium MD &c. vnà cum cylindro GLIB, circa axem FC, quod &c.

## PROP. XVI. THEOR. XVI.

*Sit AMCE semisectio per axem AE solidi predicti, & applicetur ipsi AE rectangulum BE, itaut BA sit æqualis semiaxi DM oppositarum sectionum, ostendendum est punctum D esse centrum gravitatis plani BECMA, quamuis infinitæ longitudinis versus C, dempto rectangulo AF.*

*tab. 10.  
fig. 83.*

**Q**uoniam ostendimus in præcedenti propositione, quod solidum rotundum, & infinitè latum genitum ex conuersione plani FKC circa axem FC est æquale cylindro genito ex conuersione rectanguli ZR circa axem +Z, vnà cum cylindro GI, cuius axis FC, estque CD ad CF longitudine, vt DM ad MN, seu ad XZ potentia; si concipiatur cylindrus, cuius altitudo CF, & basis semidiameter DM; erit hic æqualis cylindro prædicto, cuius axis +Z; & ideo constat conceptum hunc cylindrum æqualem esse solido FKCE infinitæ latitudinis, dempto ex eo  
 cy-



cylindro  $GI$ , illo nempe, qui fit ex conuersione rectanguli  $CL$  circa axem  $FC$ ; hoc est, in præfenti etiam figura, liquet cylindrum genitum ex conuersione rectanguli  $BE$  circa axem  $AE$  æqualem esse solido rotundo, ac infinitæ latitudinis, ex reuolutione plani  $EFCMA$  circa eundem axem  $EA$  progenito, dempto tamen ex hoc solido, cylindro, cuius semirectangulum ad axem est  $AF$ . Momentum igitur rectanguli  $BE$  momento plani  $FCM$  infinitæ longitudinis versus  $C$  æquale erit, si planum vniuersum  $EBAMCFE$  super recta  $EA$  libretur, & rectangulum  $AF$  nullius ponderis concipiatur. Erit igitur in linea finita  $EA$  centrum grauitatis prædictorum duorum planorum sic constitutorum, tanquam vnius magnitudinis, & ideo (licet incredibile videatur) cum magnitudo hæc habeat grauitatis centrum, illud erit etiam in diametro  $GC$  eiusdem planæ magnitudinis; quare in  $D$  communi sectione linearum  $AE$ ,  $GC$  reperitur, quod &c.

ex paloro  
lem. 31.  
Torricelly  
in dimens.  
parabola.

## SCHOLIUM.

*Hæc ego Theoremata, quorum nonnulla ex principijs geometricis deduxeram, Caualleriana methodo expeditius demonstravi, quamquam hemisphæry, & conoidis parabolici centra grauitatis rimatus iam pridem fuerit geometricè subtilissimus nostri aui Archimedes Lucas Valerius. Fascicorum methodum indiuisibilium magnum esse in geometria compendium, præsertim in dimensionibus solidorum, quantumvis irregularium, opus plenum ambagibus si geometricis rationibus velimus uti. Incedendum tamen est cautè, contingit enim non raro, ut ratiocinatio illa Cauallerij minimè succedat, præsertim ubi de superficiebus solidorum rotundorum agitur: en exemplum.*

**E**Sto sphœra, cuius axis  $AB$ , quæ secetur quibuslibet planis ad axem erectis  $CD$ ,  $EF$ ,  $GH$ , &c. dicam totam sphœræ superficiem ad sui portionem  $EBF$  habere eandem rationem, quam habet circulus ad sui segmentum  $EBF$ . Pater enim sectiones omnes  $CD$ ,  $EF$ ,  $GH$ , &c. esse circulos circa diametros  $CD$ ,  $EF$ ,  $GH$ , &c. inter se parallelos; quare etiam eorundem circulorum peripheriæ inter se æquidistant; itemq; diametri inter se paralleli erunt. Et quia peripheria circa diametrum  $CD$  ad illam

tab. 10.  
fig. 84.

L

circa

circa diametrum  $EF$  est vt diameter  $CD$  ad  $EF$ , pariterque periphēria circa diametrum  $E$   $F$  ad periphēriam circa diametrum  $GH$  est vt diameter  $EF$  ad diametrum  $GH$ ; erunt coniunctim omnes periphēriæ circa  $CD, EF, HG$ , ad omnes periphērias circa  $E, F, GH$  &c., vt omnes diametri  $CD, FE, HG$  &c. ad omnes diametros  $EF, GH$  &c.: hoc est tota sphaeræ superficies  $AEBF$  ad sui partem  $EBF$  habebit eam rationem, quam habet circulus ad sui segmentum  $EBF$ , quod tamen falsum est; circulus enim  $ACBD$  ad sui segmentum  $EBF$  minus semicirculo maiorem, habet rationem, quam quadratum  $AB$  ad quadratum rectæ  $BE$ , hoc est quam superficies sphaeræ ad sui portionem  $EBF$ ; nam circulus, cuius radius  $AB$ , æqualis est toti sphaeræ superficiei, circulus verò, cuius radius  $BE$ , æquatur superficiei  $EBF$  eiusdem sphaeræ; quare superficies sphaeræ ad sui portionem  $EBF$  est vt quadratum ex  $AB$  ad quadratum ex  $BE$ , seu vt triangulum  $ABE$  ad triangulum  $EIB$ : ponitur verò esse in eadem ratione circulus  $AB$  ad sui segmentum  $EBF$ , vel semicirculus  $AEB$  ad trilineum  $EBI$ ; ergo & reliqua spatia in eadem ratione erunt: hoc est segmenta  $AEC, EBG$  simul, ad segmentum  $EBG$ , erunt vt triangulum  $ABE$  ad triangulum  $EIB$ , vel rursus vt quadratum  $AB$  ad quadratum  $BE$ , imò vt aggregatum quadratorum  $AE, EB$  ad ipsum  $EB$ ; sed circuli segmentum, cuius basis  $AE$  simile ipsi  $EBG$  cadit intra segmentum  $ACE$ ; ergo segmentum  $ACE$  ad segmentum  $EBG$  maiorem habebit rationem, quam quadratum  $AE$  ad quadratum  $EB$ , & coniunctim duo segmenta  $AEC, EBG$  ad segmentum  $EBG$  maiorem etiam proportionem habebunt, quam duo quadrata  $AE, EB$  simul, hoc est ipsum  $AB$  ad quadratum  $EB$ , vel quam triangulum  $AEB$  ad ipsum  $EBI$ ; quare & duæ simul antecedentes ad duas simul consequentes, hoc est semicirculus ad trilineum  $AGBI$ , seu duplum ad duplum, circulus nimirum ad sui segmentum  $EBF$  maiorem habebit rationem, quam triangulum  $AEB$  ad ipsum  $EBI$ , vel maiorem quam quadratum  $AB$  ad  $BE$ , quod &c.

*E contra si conum pro sphaera prædicto ratiocinio subiicias verum deduces, ita vt tota superficies conica ad sui partem intra verticem coni, & planum eius basi æquidistans interceptam sit vt triangulum per axem ad triangulum illud interdictum verticem, & prædictum planum interceptum, quod pars*



*pars est eiusdem per axem trianguli.*

*Hinc vides, in solidorum rotundorum superficiebus dime-  
tiendis, quam incerta sit methodus ceteroquin ingeniosissima  
indivisibilium.*

FINIS.

Pag.	lin.	Errata.	Correctiones.
4	<i>&amp; alibi</i>	31 eorundem	eorundem
8		37 Quod si datis duabus rationibus	Quod si dentur duæ rationes
10	<i>in marg.</i>	fig. 9.	fig. 10.
10	<i>in marg.</i>	fig. 10.	fig. 12.
12	<i>in marg.</i>	fig. 10.	fig. 12.
13		13 deriuantium	deriuatorum
15		23 exED in EB	exED in AB
19		<i>prima</i> Deleantur hæc verba:	In inferiori figura eius- dem tertij elementi.
27		15 eadem rationem	eadem ratione
31		4 LK	LM
32		33 <del>Read</del> +	<del>Read</del> X
33		12 NIQMHP	NI, QM, HP,
34		29 centtum	centrum
41		6 adF ad G	adE ad G
42	<i>ultima</i>	, Pariterq;	, pariterq;
43		10 triangula latera	trianguli latera
44		18 CE ad EF	CD ad DF
46		23 & OB	& OE
51	<i>in marg.</i>	tab. 1. fig. 5.	tab. 7. fig. 57.
72		13 æquale esse	æqualia esse
75	<i>ultima</i>	circuli	circulos

Ad exprimendum *plus* more algebrico, ex penuria signi op-  
portuni +, vsi sumus hoc alio, etsi non vsitato +, quo  
etiam non raro vtimur in supplementum literarum.

IMPRIMATUR.

*Fr. Antonius Maria Cruceius Sac. Th. Magister, & Commissarius Sancti Officii Mediolani.*

*Iacobus Saita Canonicus Ambrosiana Basilicae pro Eminentissimo D. D. Cardinali Archiepiscopo.*

*Franciscus Arbona pro Excellentissimo Senatu.*

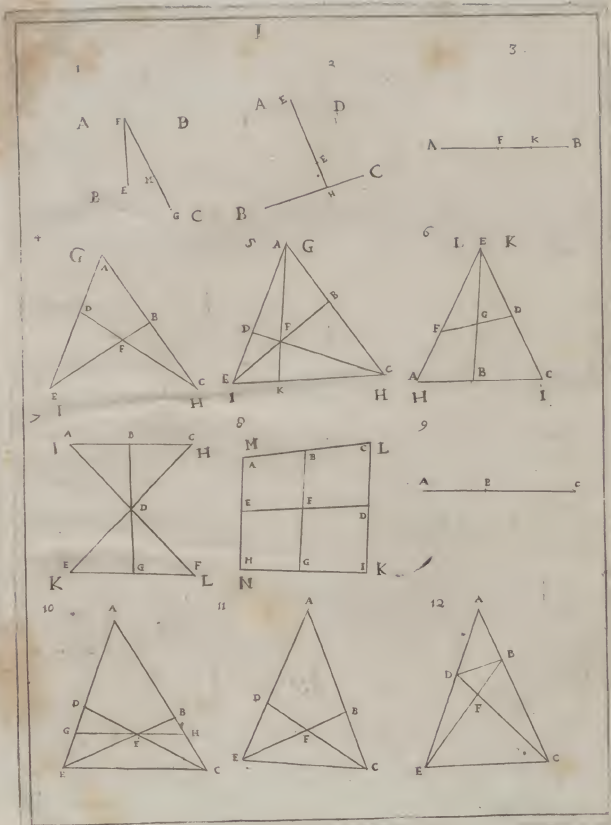


MEDIOLANI

Ex Typographia Ludouici Montiae.  
MDC LXXVIII.

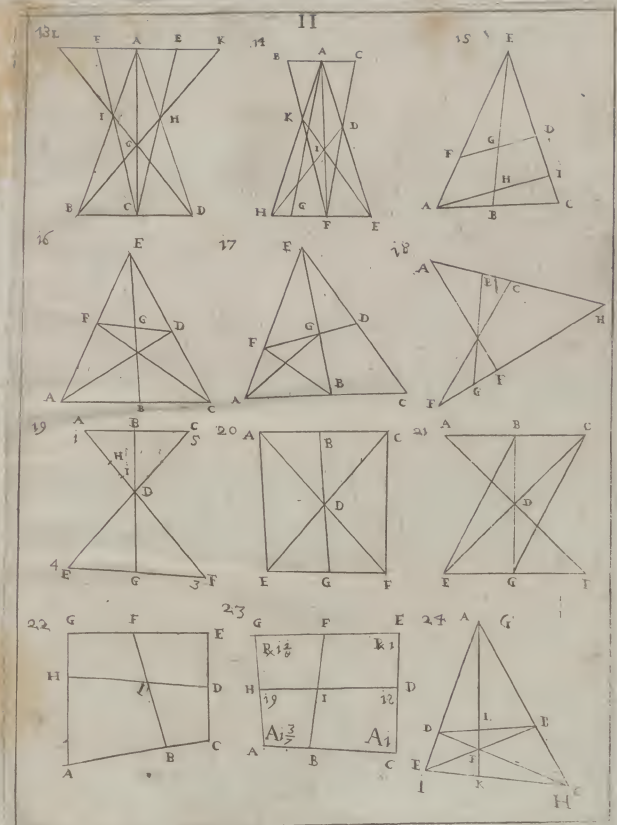






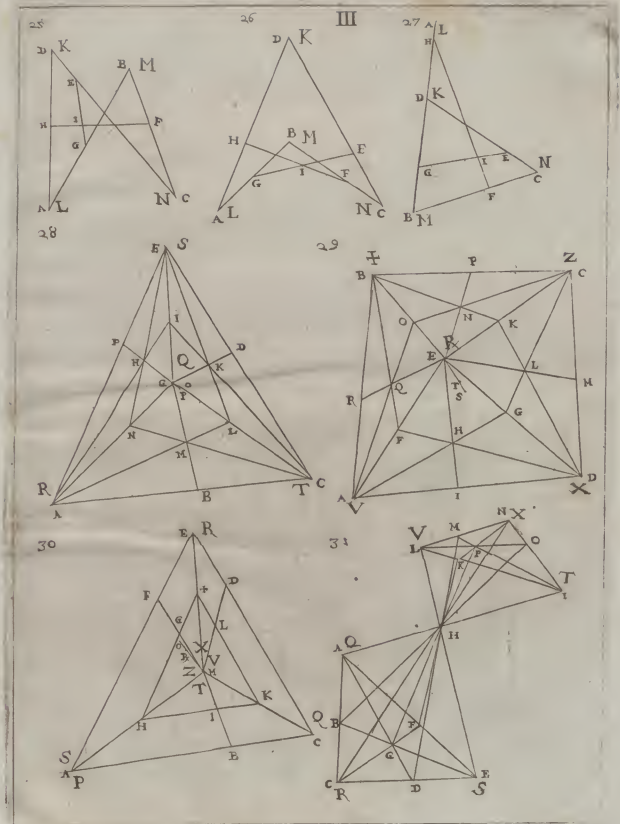






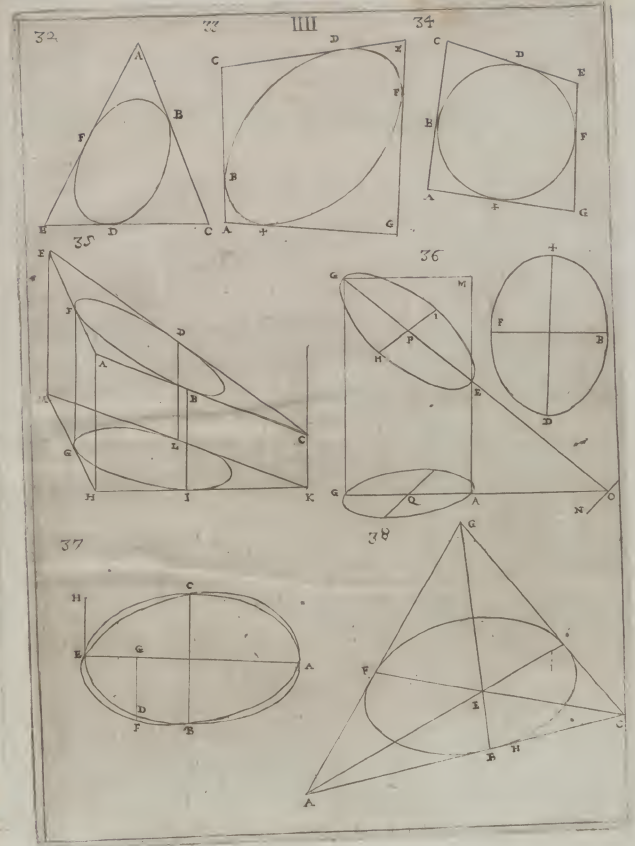




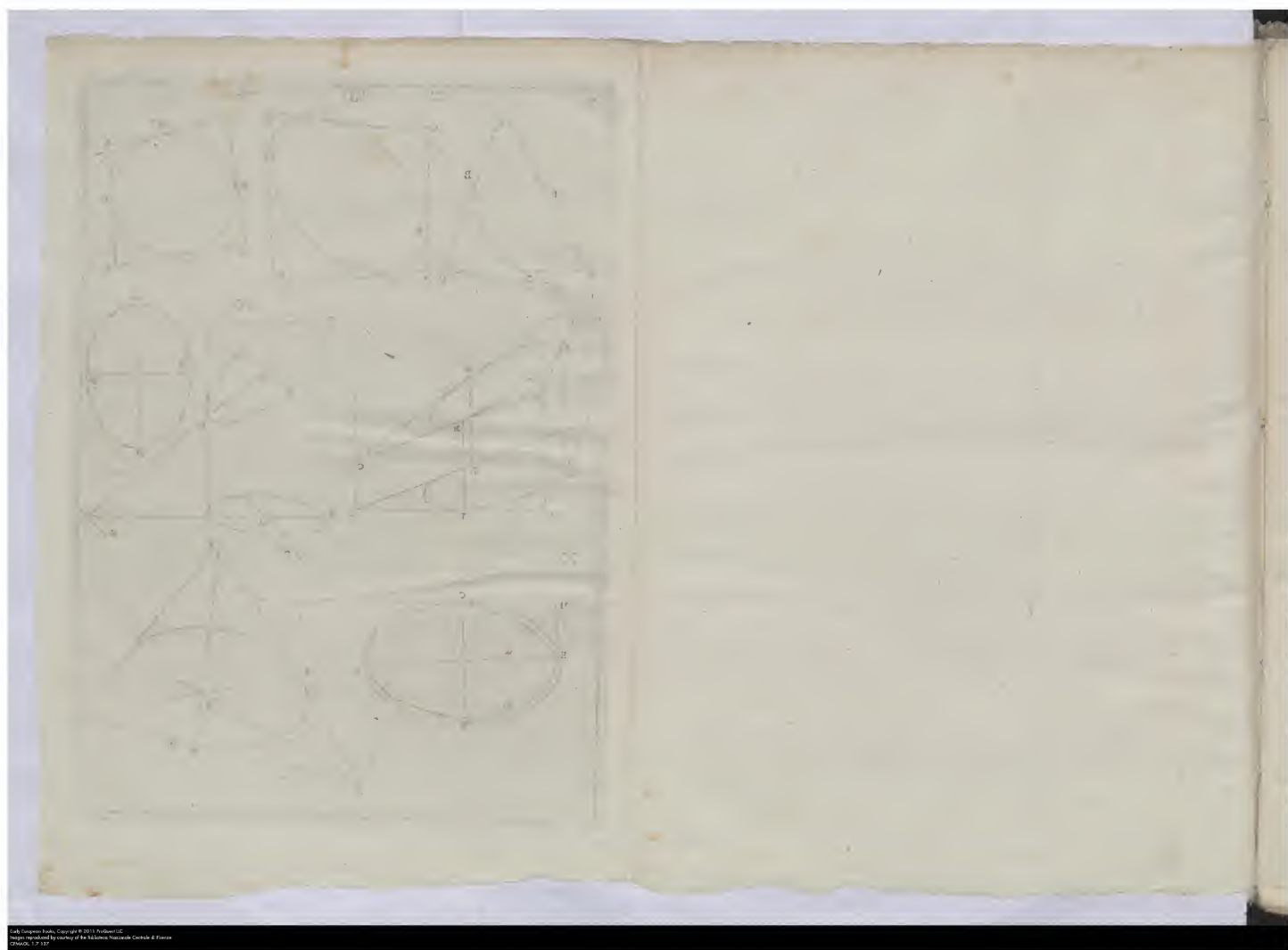


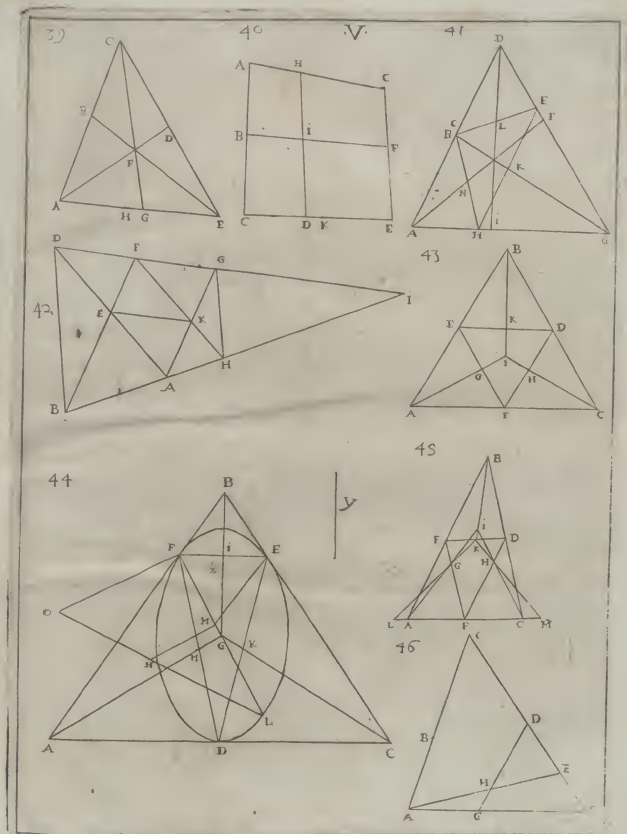






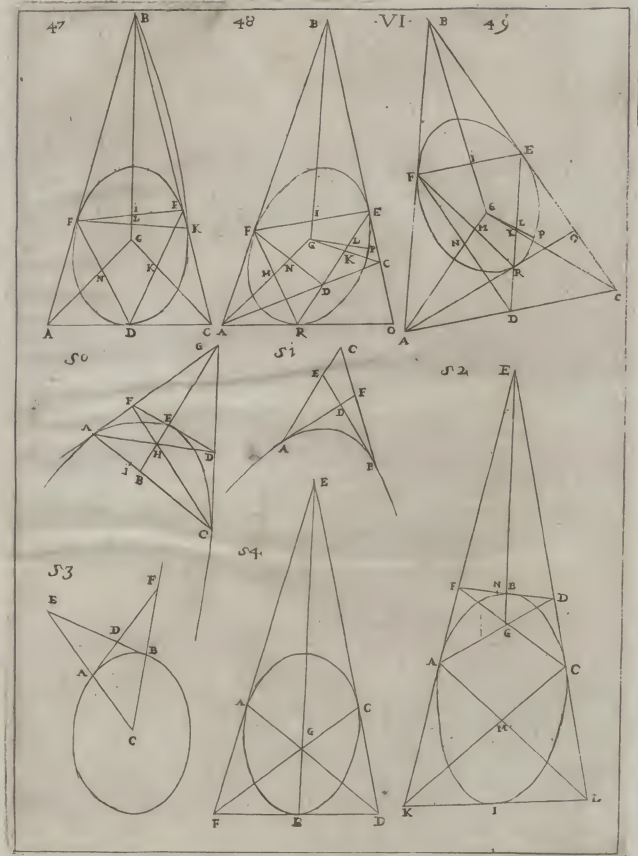




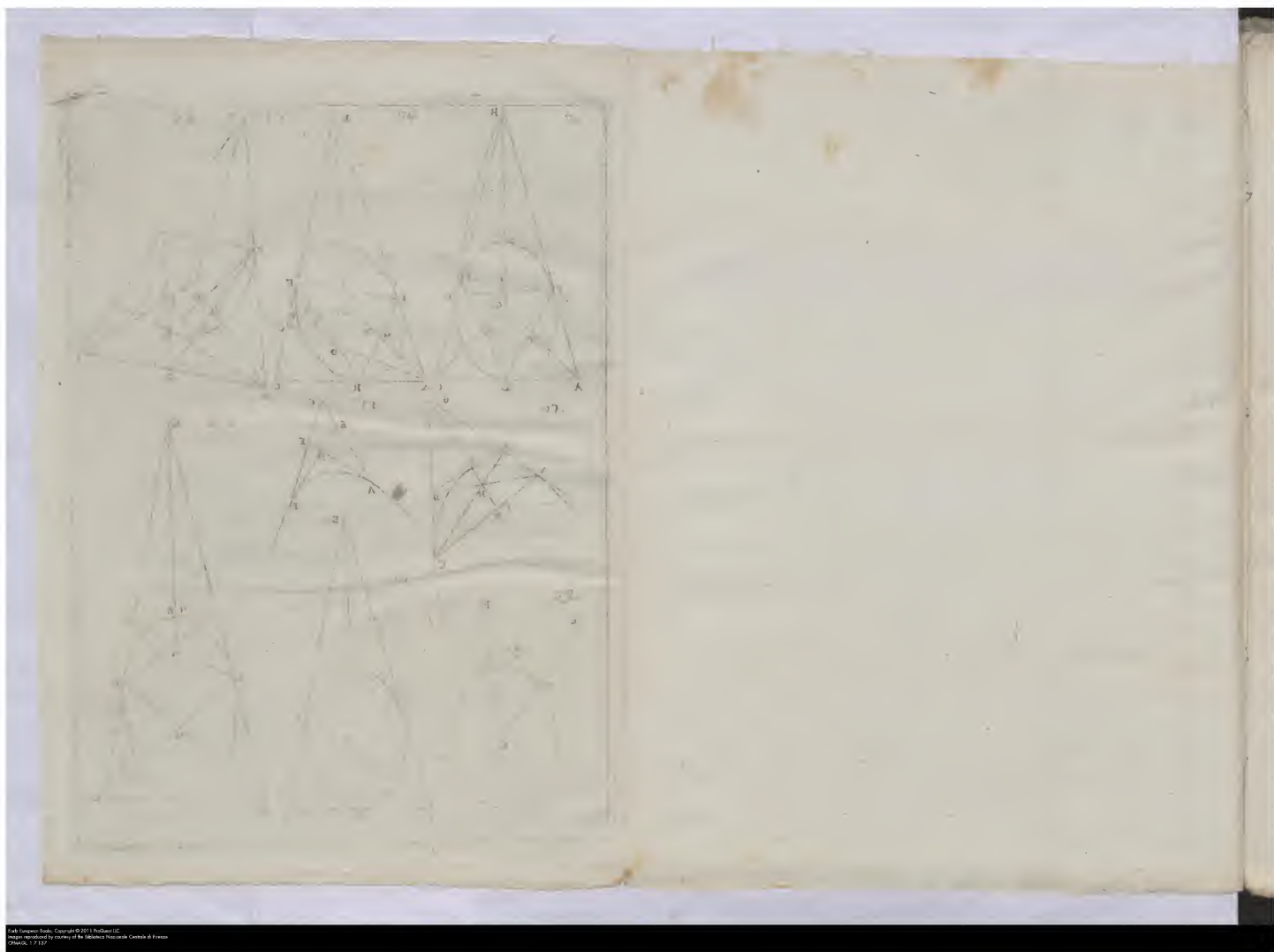


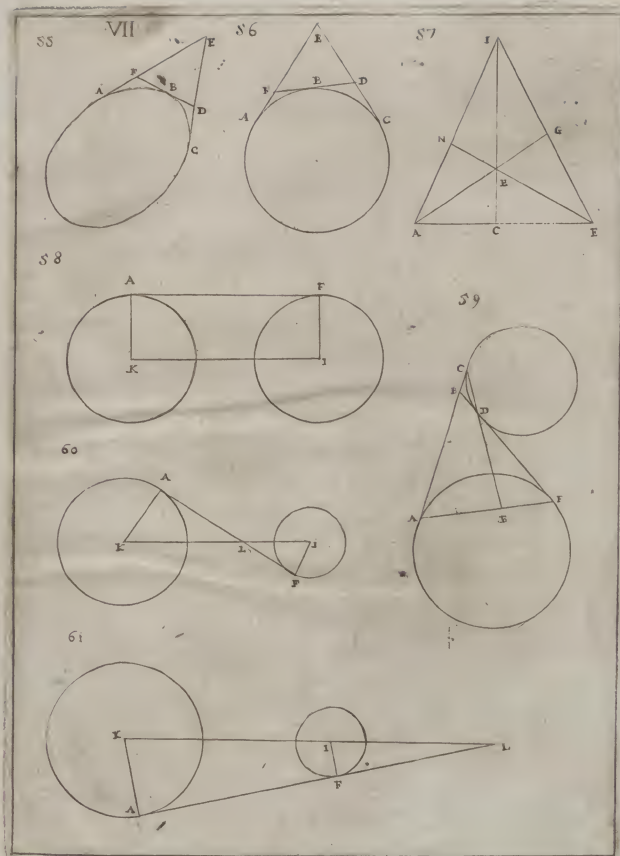




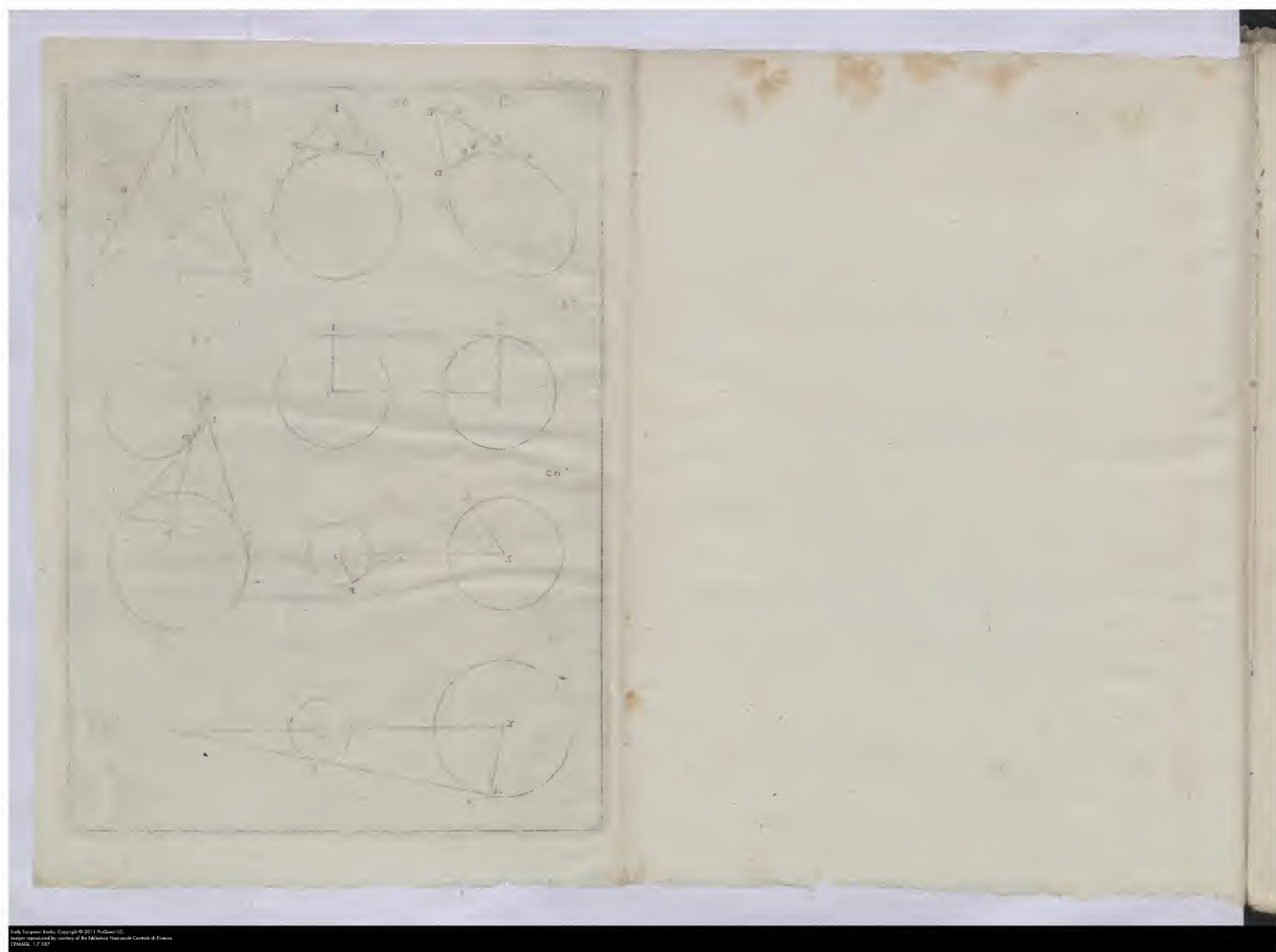


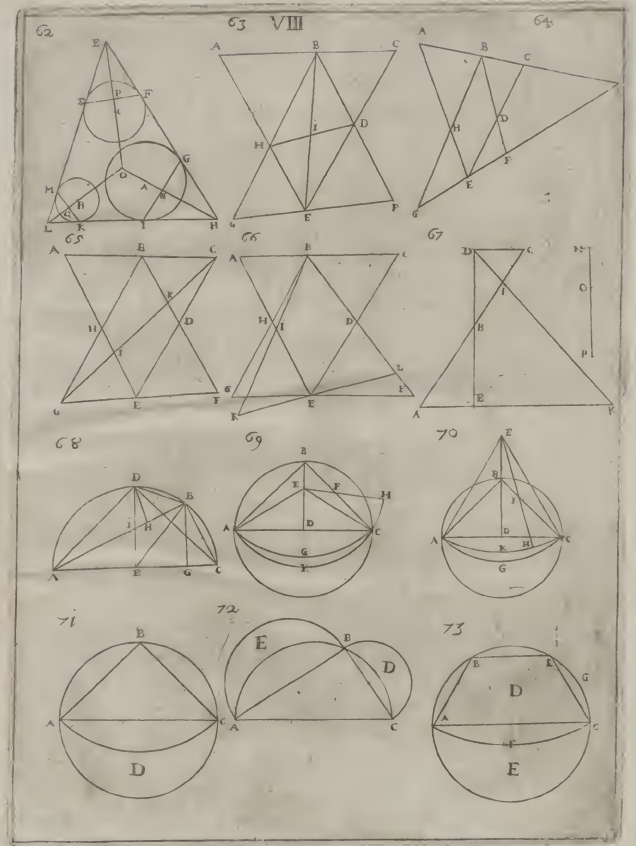




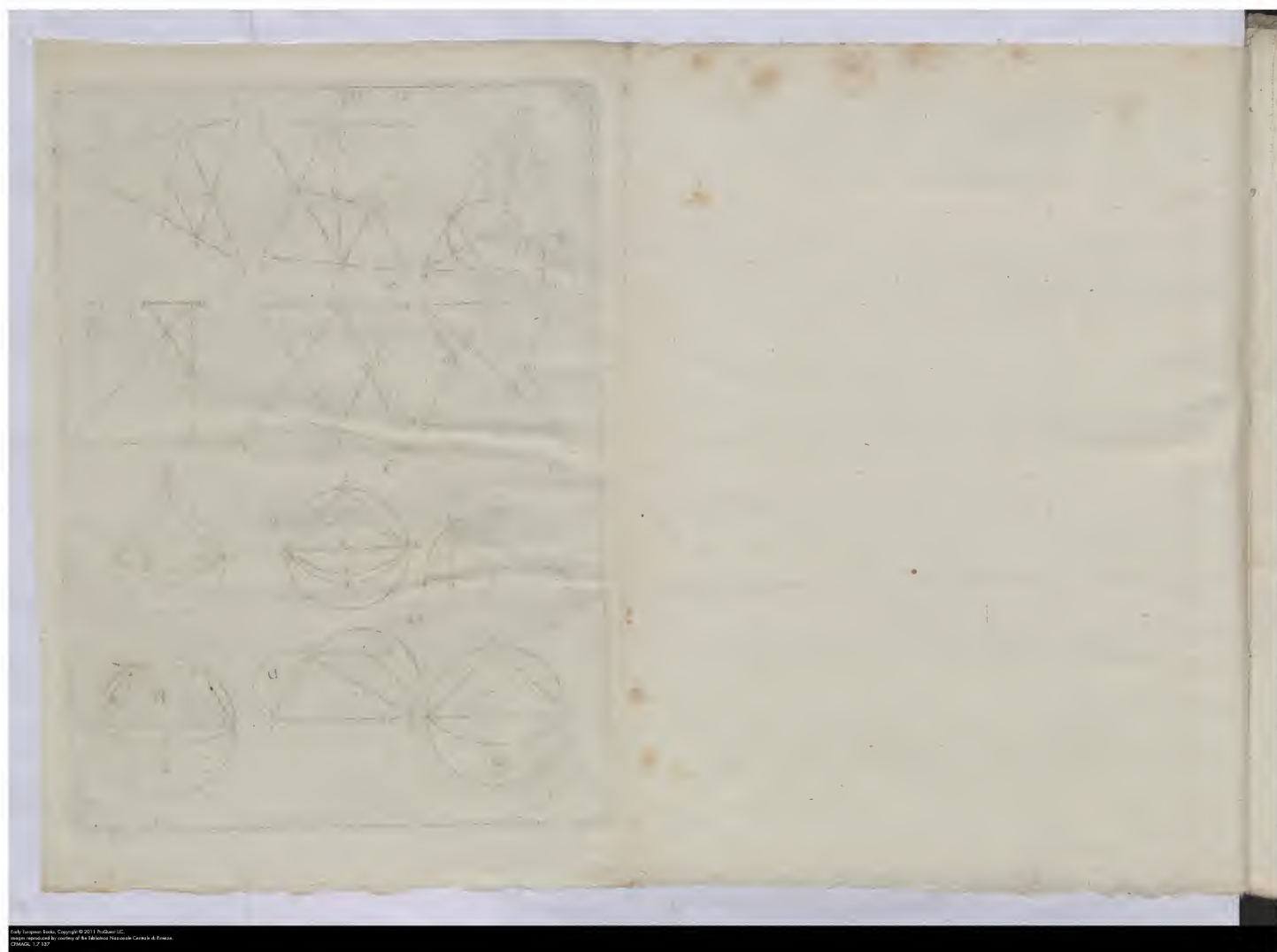




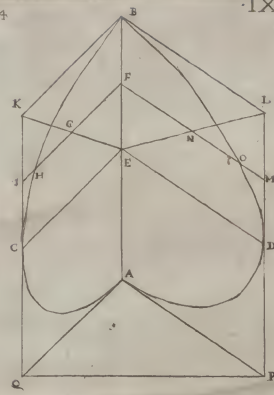






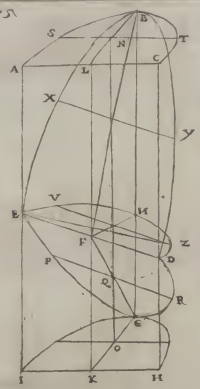


74

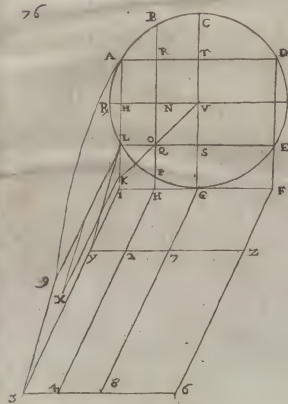


IX

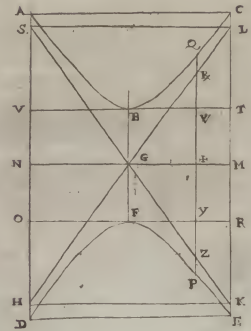
75



76

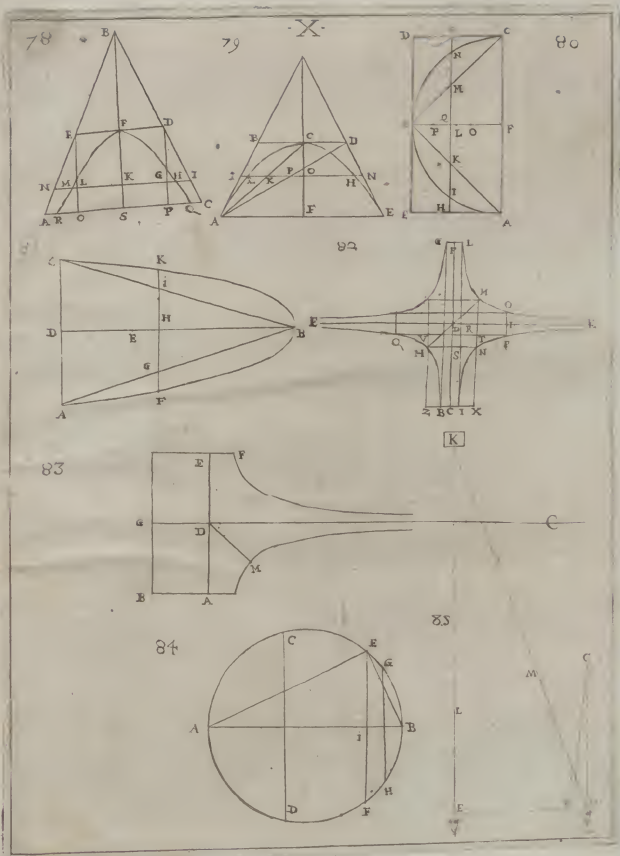


77



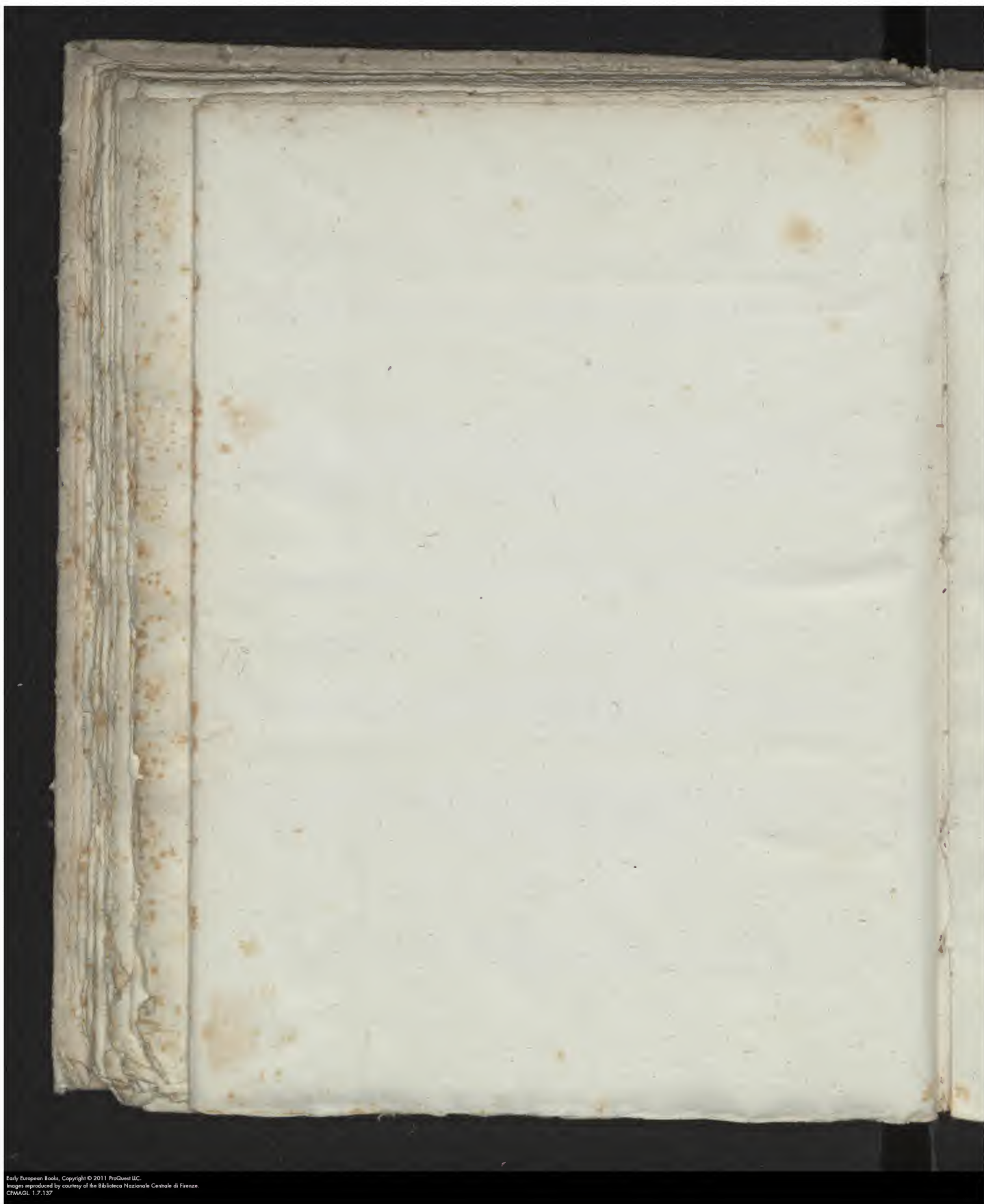














005644605

